

2016年全美中學數學分級能力測驗

AMC10A/AMC12A **分析報告**



財團法人九九文教基金會 編印

目 錄

● 2016AMC10A

壹、題目內容分析.....	2~5
貳、2016年AMC10A綜合統計表.....	6
參、2016年AMC10A全球與台灣測驗分數組距分析表.....	7
肆、2016年AMC10A全球與台灣地區測驗分數分布曲線圖.....	8
伍、2016年AMC10A全球與台灣測驗分數累積百分表.....	9
陸、2016年AMC10A全球與台灣測驗分數累積人數百分曲線圖.....	10
柒、2016年AMC10A全球與台灣地區各題答對率.....	11~12

● 2016AMC12A

壹、題目內容分析.....	13~16
貳、2016年AMC12A綜合統計表.....	17
參、2016年AMC12A全球與台灣測驗分數組距分析表.....	18
肆、2016年AMC12A全球與台灣地區測驗分數分布曲線圖.....	19
伍、2016年AMC12A全球與台灣測驗分數累積百分表.....	20
陸、2016年AMC12A全球與台灣測驗分數累積人數百分曲線圖.....	21
柒、2016年AMC12A全球與台灣地區各題答對率.....	22~23

2016 年全美中學數學分級能力測驗 AMC10A/AMC12A 分析報告

● 2016 AMC 10A

壹、題目內容分析

一、數學領域分類

本份試題共有 25 題，若按領域來看，我們大致可將本份試題分類如下：

1. 幾何題：第 10, 11, 15, 16, 19, 21, 24 等 7 題 (比去年少 2 題)，佔整份試題的 28%，平均答對率為 42.43%。
2. 代數題(含四則運算、階乘運算、指數率、高斯函數、級數問題)：第 1, 2, 3, 4, 6, 9, 23 等 7 題 (比去年多 1 題)，佔整份試題的 28%，平均答對率為 59.74%。
3. 推理題：第 8, 13 等兩題 (比去年多 2 題)，佔整份試題的 8%，平均答對率為 68.85%。
4. 數論題：第 5, 18, 22, 25 等 4 題 (比去年多 3 題)，佔整份試題的 16%，平均答對率為 30.51%。
5. 離散數學題(含組合、機率、統計、多項式係數等問題)：第 7, 12, 14, 17, 20 等 5 題 (比去年少 1 題)，佔整份試題的 20%，平均答對率為 30.84%。

事實上，本份試題中有 3 題是綜合問題，其中第 10 題是幾何與等差數列的綜合問題，第 18 題是數論、組合與推理的綜合問題，第 20 題是組合與數論的綜合問題。

二、台灣同學答對率統計

雖然美國對於 AMC 10A 的試題的安排是由易至難，但由於我國教材的安排及學生學習文化背景與美國不同，所以答題的情況與試題難易的安排不盡相同，我國參賽學生答對率實際狀況如下：

1. 答對 90% 以上的題目只有第 1 題；
2. 答對 80% ~ 90% 的題號為 2, 5, 7, 8 等 4 題；
3. 答對 70% ~ 80% 的題號為 15, 16 題等 2 題；
4. 答對 60% ~ 70% 的題號為 6, 10 等 2 題；
5. 答對 50% ~ 60% 的題號為 9, 11, 13 等 3 題；
6. 答對 40% ~ 50% 的題號為 3, 4 等 2 題；
7. 答對 30% ~ 40% 的題號為 14, 23 等 2 題；
8. 答對 20% ~ 30% 的題目只有第 12 題；
9. 答對 10% ~ 20% 的題號為 18, 21, 22 等 3 題；
10. 答對 10% 以下的題號為 17, 19, 20, 24, 25 等 5 題。

在全部 25 題的試題中，我國學生答對 50% 以上的有 12 題，答對 50% 以下的有 13 題，得分比去年下降了 6 分，比前年下降了 13.46 分(今年平均分數為 78.25，去年平均分數為 84.52，前年平均分數為 91.71)；答對率在 30% 以下的題數有 9 題，甚至有 5 題答對率在 10% 以下(今年有 1 題答對率在 20% ~ 30% 的題目，3 題答對率在 10% ~ 20% 的題目，有 5 題答對率在 10% 以下；去年有 1 題答對率在 20% ~ 30% 的題目，有 5 題答對率在 10% ~ 20% 的題目，有 5 題答對率在 10% 以下)，今年的難題的題數與去年一樣。就題型的答對率而言，我國參加 AMC 10 的學生以推理問題的答對率最高(平均答對率為 68.85%，去年為 68.69%)，代數問題的答對率次之(平均答對率為 59.74%，去年為 78.17%)，幾何問題的答對率再次之(平均答對率為 42.43%，去年為 45.75%)，離散問題的答對率又再次之(平均答對率為 30.84%，去年為 50.33%)，數論問題的答對率殿後(平均答對率為 30.51%，去年為 38.06%)。今年除推理問題的答對率略微上

生外，其他領域問題的答對率都下降。

綜合而言，本屆 AMC 10 試題困難的試題比容易的試題要多一些，今年某些容易題的難度比去年難一些，然而難題的難度對我國的學生而言比去年難題的難度要稍微低一點。本屆全球平均成績為 65.42 分(去年為 63.82 分)，我國參賽學生平均成績為 78.25 分(去年為 91.71 分)，全球平均成績比去年提降了 1.6 分，然而我國參賽學生平均成績卻大幅下降了 13.46 分，這原因不明。我國會參加 AMC 競試的同學大多是數學成績比較好或是對數學較有興趣的學生，所以答對率通常比全球的答對率要高一些。

本屆 AMC 10 的第 3 題只是國小程度的分數四則運算題目，我國學生這題平均的答對率為 49.44%，全球學生這題平均的答對率為 61.68%。第 2, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 15, 18 等 12 題是國中程度的問題，我國學生這 10 題平均的答對率也有 62.38%，全球學生這 10 題平均的答對率為 46.95%；第 1, 4, 14, 16, 17, 19~25 等 12 題是高中程度的問題，我國學生這 12 題的答對率為 26.84%，全球學生這 12 題平均的答對率為 18.44%；由此可見我國參賽學生對於基本問題的平均水準比全球參賽學生的平均水準要好。

本屆 AMC 10 第 3 題是一道美元與美分換算的四則運算問題，這應該是國小程度的問題，但我國學生的平均答對率只有 49.44%，而全球學生的平均答對率為 61.68%，可能我國學生對於美元與美分換算十分陌生所致。本屆 AMC 10 的第 4 題是高中程度的代數問題(高斯函數)，本題並不難，僅需將題目給定的數代入給定的公式計算即能得到答案，但本題我國參賽學生的答對率只有 49.50%，這可能是目前我國高中教材中已無高斯符號，且當高斯符號中的數為負的非整數時，需取更小的整數，這對學生太陌生所致。本屆 AMC 10 第 12 題是一道機率的問題，三數的乘積為奇數必須三數都是奇數，1 到 2006 的整數中有 1008 個奇數，所以任意抽取三數的乘積為奇數的機率為 $\frac{1008}{2006} \cdot \frac{1007}{2006} \cdot \frac{1006}{2006} < \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$ ，本題並不難，但我國參

賽學生的答對率只有 23.62%，可能是學生選取 $\frac{1008}{2006} \cdot \frac{1007}{2006} \cdot \frac{1006}{2006}$ 的近似值 $\frac{1}{8}$ (選 $\frac{1}{8}$ 的學生

占 22.05%) 所致。本屆 AMC 10 的第 20 題是一道計算五項式展開後係數的問題，可能在我國高中的教材中都是二項式的展開後係數的問題，我國學生對這樣的問題生疏，此題的答對率只有 6.71%，而有 69.68% 的學生未作答。本屆 AMC 10 的第 21, 24 題是兩道難度較高的幾何問題，第 21 題我國學生的平均答對率為 10.28%，而有 49.03% 的學生未作答；第 24 題我國學生的平均答對率為 9.41%，而有 45.95% 的學生未作答。第 23 題是一道代數問題，此題要用題目所給規定的符號與算法計算，我國學生的平均答對率為 24.58%，而有 53.84% 的學生未作答。第 22, 25 題是兩道數論的問題，這兩題的難度都很高，我國學生的平均答對率分別為 13.60% 及 5.48%，而未答率分別是 58.68% 與 67.03%。答對率偏低也可能是時間不夠所致。

三、難易度分析

AMC 10 的試題通常是對照於美國 9~10 年級的學生從易到難的安排，其中簡單、中等及較難各種難度的試題分佈大致均勻。不過我國參加 AMC 10 的學生從國小年級到高中一年級的學生都有；若對照於我國參賽學生答題狀況而言，本份試題的難易度大致如下：

1. 第 1, 2, 5, 7 題等 4 題均屬於簡單的問題。
2. 第 8, 15, 16 題等 3 題均屬於中偏易的問題。
3. 第 6, 10 題等 2 題均屬於中等難度的問題。
4. 第 3, 4, 9, 11, 13 題等 5 題均屬於中偏難的問題。
5. 第 12, 14, 17~25 題等 11 題均屬於較難的問題。

四、對照於我國學生學習階段分類

1. 屬於我國國小階段能力的題目：第 3 題。(比去年多 1 題)
2. 屬於我國國中階段能力的題目：第 2, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 15, 18 等 12 題。(比去年少 2 題)
3. 屬於我國高中階段能力的題目：第 1, 4, 14, 16, 17, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25 等 12 題。(比去年多 1 題)

五、2016 AMC 10A 試題特色

本份試題與過去幾年 AMC 10 試題不同之處是整份試題的難度比去年難一些；簡單的題目也少了一些，這次試題中難題太難，試題的難易度差距很大，不過仍保有解題時不需要套用任何公式的特色。今年有兩題推理問題(第 8 題與第 13 題，去年沒有推理問題)，第 8 題的答對率為 83.32%，第 13 題的答對率只有 54.37%。今年沒有比例問題，去年有 3 題比例問題，這三題對我國學生而言都不難。今年有 4 道題目是數論的問題(比去年多 3 題)，除第 5 題外，其餘三題題難度都很高，我國 4 道題目學生的平均答對率為 30.51%。今年離散數學的問題有 5 題(比去年少 1 題)，這 5 題平均答對率為 30.84%，第 7 題是一道統計問題(我國學生的平均答對率為 86.62%)，第 12 題是機率問題(我國學生的平均答對率為 23.62%)，第 14 題是排列問題(我國學生的平均答對率為 31.02%)，第 17 題是機率問題(我國學生的平均答對率為 6.22%)，第 20 題是組合與數論的綜合問題(我國學生的平均答對率為 6.71%)，除了第 7 題是簡單的題目之外，其他 4 題的難度都偏難。今年幾何有 7 道題目(比去年少 2 題)，第 10, 11, 15, 16 題屬於中等難度的試題，其餘 3 題都不容易，因為我國幾何相關教材不論在國中或高中都已經逐漸淡化，所以對我國的學生而言較為不利。此外本次試題中有 3 題是綜合概念的問題，且部分題目難度頗高。2016 年 AMC 10A 全球受測總人數為 65999 人(比去年少 592 人)，滿分人數 23 人(比去年多 13 人)，我國有 5284 位學生參賽(比去年多 197 人)，沒有人拿到滿分(和去年一樣，比前年少 3 人)。

歷年來 AMC 在 10 年級與 12 年級的試題中有部分的題目相同，本屆 AMC 10 與 AMC 12 相同的題目共有 13 題(比去年多 4 題)，我國參賽學生各題的答題狀況如下：

AMC 10	題號	1	2	4	7	11	13	17	18	21	22	23	24	25
	答對率%	90.21	85.98	49.50	86.62	56.91	54.37	6.22	13.13	10.28	13.60	24.58	9.41	5.48
AMC 12	對應題號	1	2	3	4	8	10	13	14	15	18	20	21	22
	答對率%	96.99	89.92	56.17	94.66	65.97	61.03	9.95	13.61	20.34	19.59	26.94	11.82	5.88

從上表看來，我國參加 AMC 10 測試學生各題的答對率都低於參加 AMC 12A 測試學生的答對率，除了其中第 7、11、21 等 3 題(AMC 12A 的第 4、8、15 題)差距較大外(差距分別為 8.04%、9.06%及 10.06%)，其餘各題答對率的差距都在 7% 以內。AMC 10 第 1 題(AMC 12A 的第 1 題)只要知道階乘的意義，可以用四則運算解題，兩個年級學生的答對率之差距為 6.78%。第 2 題都是指數律的問題(AMC 12A 的第 2 題)，兩個年級學生的答對率之差距為 3.94%。第 4 題(AMC 12A 的第 3 題)是高斯符號的運算，兩個年級學生的答對率之差距為 6.67%。第 7 題(AMC 12A 的第 4 題)是簡單的統計問題，兩個年級的答對率都很高，但兩個年級學生的答對率之差距也不小，其差距為 8.04%。第 11 題(AMC 12A 的第 8 題)是平面幾何問題，兩個年級學生的答對率之差距為 9.06%。第 13 題是推理的問題(AMC 12A 的第 10 題)，此題兩個年級的答對率都不高，兩個年級學生的答對率之差距為 6.66%。第 17 題是機率問題(AMC 12A

的第 13 題)，此題兩個年級的答對率都不高，兩個年級學生的答對率之差距為 3.73%。第 18 題是數論、組合與推理的綜合問題(AMC 12A 的第 14 題)，兩個年級學生的答對率之差距為 0.48%。第 21 題(AMC 12A 的第 15 題)是難度較高的幾何問題，兩個年級學生的答對率之差距為 10.06%。第 22 題(AMC 12A 的第 18 題)是數論問題，兩個年級學生的答對率之差距為 5.99%。第 23 題(AMC 12A 的第 20 題)是代數問題，兩個年級學生的答對率之差距為 2.36%。第 24 題(AMC 12A 的第 21 題)是幾何問題，兩個年級學生的答對率之差距為 2.41%。第 25 題(AMC 12A 的第 22 題)是數論問題，兩個年級學生的答對率之差距為 0.40%。17 題之後，可能時間不夠，兩個年級答題狀況都不理想。

貳、2016 年 AMC10A 綜合統計表

全球受測學校間數為 2,441 間；台灣受測學校間數為 148 間。

2016/03/18

	全球		台灣	
	人數	平均分數	人數	平均分數
全體受測學生	65999	65.42	5284	78.25
受測女學生	23073	60.34	2285	74.47
受測男學生	30852	69.28	2999	81.13
未填寫性別受測學生	12074	65.30		
十年級受測學生	32857	66.17	4746	77.24
九年級受測學生	23455	61.37	365	87.14
八年級受測學生	4649	75.68	130	87.57
七年級受測學生	2327	74.97	37	86.84
六年級以下受測學生	1010	69.85	6	81.00
未填寫年級受測學生	1701	63.17		
AIME 入選資格	2009		166	

備註：

1. AMC10A 參加資格：高一(10 年級)以下學生。
2. 計分方式：共 25 題，答對一題得 6 分，答錯不給分，不答得 1.5 分，總分 150 分。
3. AIME 入選資格：於 2016 AMC10A 測驗中，獲得 111 分以上(含)之考生。

由以上的成績統計分布表，若以性別來看，我國參賽學生男生的成績比女生的成績略高。若以年級來看，我國參賽學生八年級受測學生的成績最高，九年級受測學生的成績次之，八年級受測學生的成績再次之，七年級受測學生的成績再次之，十年級受測學生的成績反而是倒數第二，六年級以下受測學生的成績又再次之，十年級受測學生的成績反而是最後。這可能是本屆試題中有 13 題是屬於我國國中階段能力以下的題目，有 12 題是屬於我國高中階段能力的題目；國中及國小會來參賽的學生，通常是平時數學成績比較好或對數學特別有興趣的學生，所以我國國中以下的學生答對率反而比較高。

我國參賽學生占全球參賽學生的 8.01% (去年為 7.64%，獲得 AIME 入選資格的有 166 位(去年有 290 位)，我國參賽學生高分群成績已不再亮眼。今年全球有 23 位學生獲得滿分(去年有 10 人獲得滿分)，但我國沒有人獲得滿分(去年全球有 10 位學生獲得滿分，我國沒有人獲得滿分；前年全球有 49 位學生得到滿分，我國有 3 人獲得滿分，占全球滿分人數的 6.98%)。值得注意的是全球學生分數達 120.5 分以上的學生佔 1.08%，我國參賽學生分數達 120.5 分以上的學生卻只佔 0.70%，這顯示我國學生數學能力較好的學生數與全球相較正在逐年減少中，值得教育當局注意。

參、2016 年 AMC10A 全球與台灣測驗分數組距分析表

2016/03/20

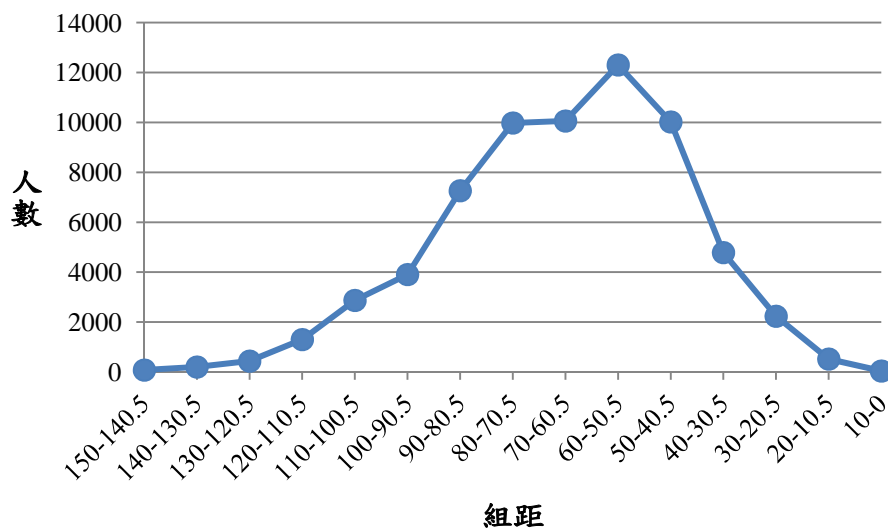
組距	全球		台灣	
	人數	累計人數	人數	累計人數
150.0-140.5	78	78	0	0
140.0-130.5	199	277	12	12
130.0-120.5	436	713	25	37
120.0-110.5	1300	2013	129	166
110.0-100.5	2869	4882	463	629
100.0-90.5	3906	8788	754	1383
90.0-80.5	7266	16054	1176	2559
80.0-70.5	9980	26034	1106	3665
70.0-60.5	10060	36094	643	4308
60.0-50.5	12306	48400	530	4838
50.0-40.5	10021	58421	286	5124
40.0-30.5	4784	63205	98	5222
30.0-20.5	2236	65441	52	5274
20.0-10.5	519	65960	8	5282
10.0-0.0	39	65999	2	5284

2016 年 AMC10A 全球受測總人數為 65999 人，滿分人數 23 人

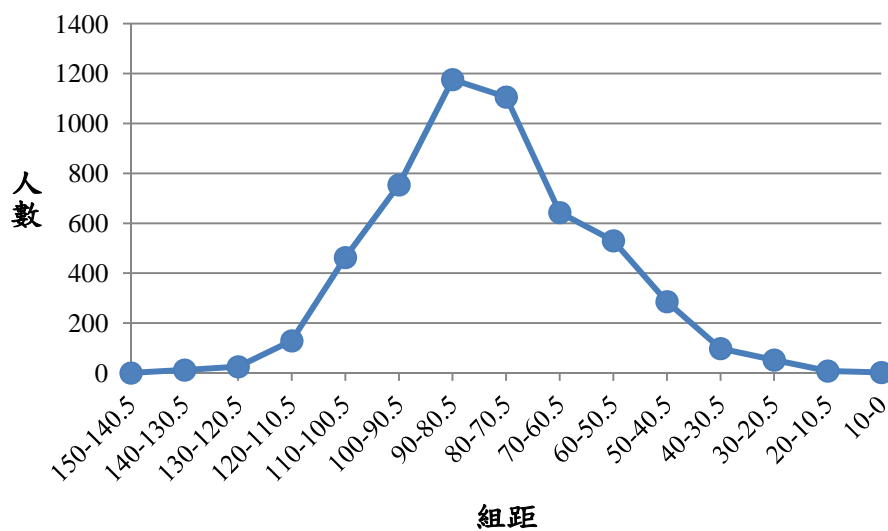
2016 年 AMC10A 台灣受測總人數為 5284 人，滿分人數 0 人

肆、2016 年 AMC10A 全球與台灣地區測驗分數分布曲線圖

一、全球測驗分數分布曲線圖（全球測驗總人數為 65999 人）



二、台灣地區測驗分布曲線圖（台灣地區測驗總人數為 5284 人）



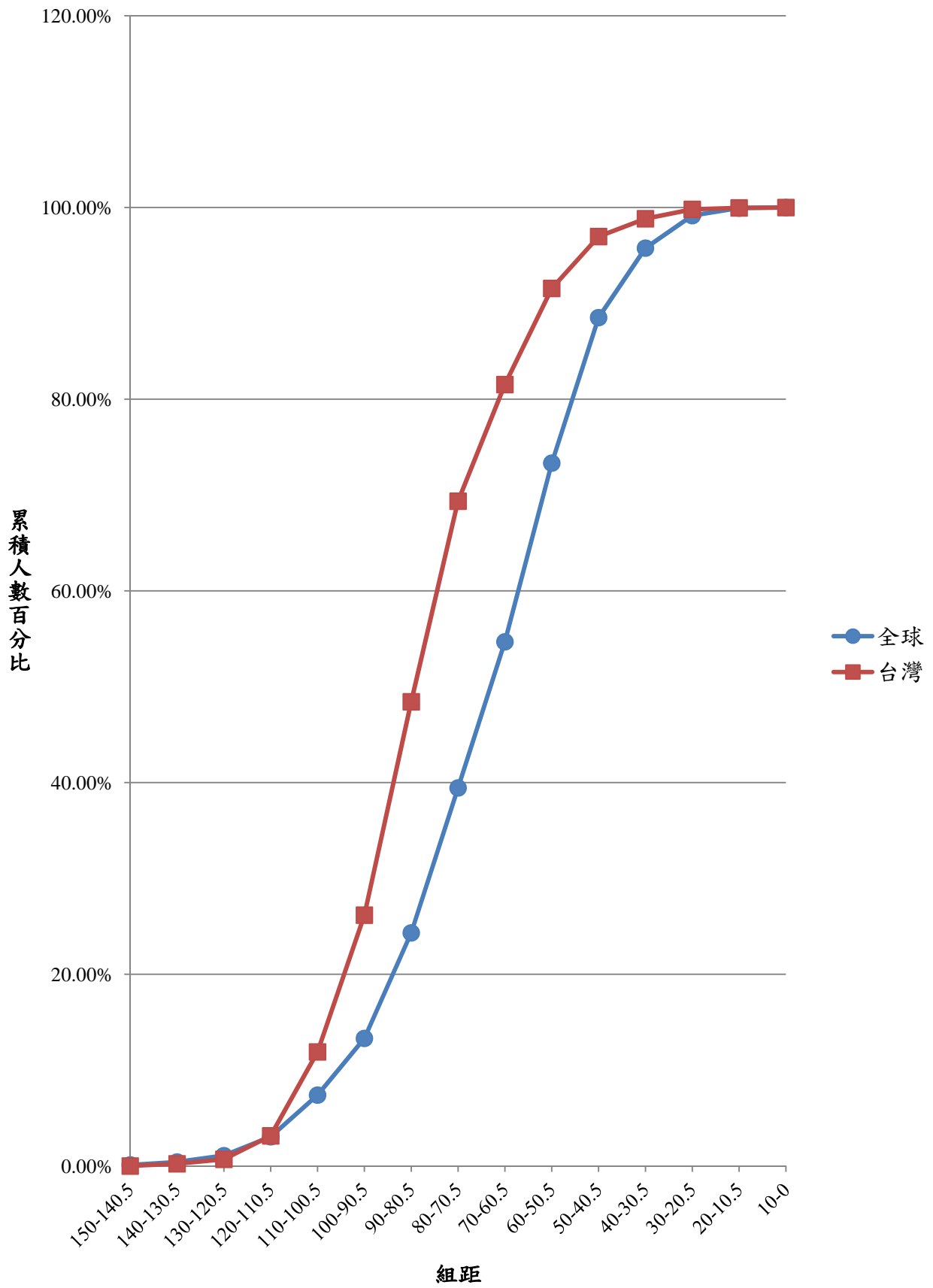
伍、2016 年 AMC10A 全球與台灣測驗分數累積百分表

2016/03/20

組距	全球	台灣
	累積人數百分比 (%)	累積人數百分比 (%)
140.5 分以上	0.12	0.00
130.5 分以上	0.42	0.23
120.5 分以上	1.08	0.70
110.5 分以上	3.05	3.14
100.5 分以上	7.40	11.90
90.5 分以上	13.32	26.17
80.5 分以上	24.32	48.43
70.5 分以上	39.45	69.36
60.5 分以上	54.69	81.53
50.5 分以上	73.33	91.56
40.5 分以上	88.52	96.97
30.5 分以上	95.77	98.83
20.5 分以上	99.15	99.81
10.5 分以上	99.94	99.96
0.0 分以上	100.00	100.00

2016 年 AMC10A 全球受測總人數為 65999 人；台灣受測總人數為 5284 人。

陸、2016 AMC10A 全球與台灣測驗分數累積人數百分曲線圖



柒、2016 年 AMC10A 全球與台灣地區各題答對率

一、全球答對率

2016/03/20

題號	A(%)	B(%)	C(%)	D(%)	E(%)	未答	劃記不清
1	5.04	57.09 *	6.29	3.33	1.08	27.17	0.00
2	4.95	15.58	62.88 *	2.79	5.35	8.43	0.01
3	8.48	7.64	61.68 *	1.71	3.20	17.28	0.01
4	3.21	30.08 *	14.38	8.56	14.76	29.01	0.01
5	7.34	2.25	3.29	71.96 *	4.80	10.32	0.05
6	5.51	2.74	22.74	53.88 *	4.72	10.39	0.01
7	1.00	5.60	9.69	75.84 *	0.79	7.06	0.01
8	6.76	5.55	72.80 *	5.03	2.12	7.73	0.01
9	6.22	4.04	5.56	33.44 *	9.02	41.70	0.02
10	9.57	33.79 *	20.38	5.05	4.03	27.18	0.01
11	5.25	7.06	5.74	33.60 *	7.57	40.76	0.02
12	17.99 *	20.93	16.28	4.43	7.12	33.24	0.02
13	9.16	44.73 *	9.88	11.08	6.58	18.55	0.02
14	2.88	13.76	17.68 *	4.47	4.49	56.72	0.01
15	51.11 *	5.10	3.05	11.33	2.58	26.81	0.02
16	7.74	8.98	3.05	59.39 *	5.46	15.33	0.04
17	6.14 *	5.83	6.84	3.84	4.40	72.94	0.02
18	12.82	9.56	11.40 *	7.34	6.02	52.83	0.04
19	9.66	10.44	8.83	6.69	8.99 *	55.37	0.02
20	5.09	5.87 *	6.59	5.57	3.74	73.12	0.01
21	9.45	4.57	4.32	9.45 *	5.92	66.26	0.03
22	4.05	7.62	6.44	10.41 *	2.02	69.45	0.01
23	8.04 *	4.27	6.03	5.49	2.13	74.01	0.02
24	21.26	6.83	7.06	6.68	4.15 *	54.01	0.02
25	3.93 *	5.91	8.27	5.49	2.53	73.85	0.01

二、台灣地區答對率

題號	A(%)	B(%)	C(%)	D(%)	E(%)	未答	劃記不清
1	1.62	90.21 *	3.70	1.36	0.26	2.82	0.02
2	5.48	4.06	85.98 *	0.77	2.74	0.85	0.11
3	9.82	6.88	49.44 *	2.49	4.65	26.66	0.06
4	2.02	49.50 *	22.18	7.82	10.66	7.65	0.17
5	3.40	1.06	1.19	89.82 *	3.16	1.21	0.17
6	5.31	1.11	23.84	64.58 *	1.36	3.59	0.21
7	0.62	2.74	5.78	86.62 *	0.55	3.59	0.09
8	4.12	3.50	83.32 *	2.59	1.93	4.53	0.02
9	13.89	3.23	4.36	53.88 *	5.71	18.93	0.00
10	7.90	62.95 *	12.68	3.89	4.82	7.63	0.13
11	3.04	11.71	4.23	56.91 *	9.01	14.94	0.15
12	23.62 *	22.05	17.95	2.40	6.78	27.09	0.11
13	10.35	54.37 *	7.95	8.18	4.84	14.06	0.25
14	3.06	14.49	31.02 *	3.59	4.48	43.26	0.09
15	73.34 *	2.49	3.04	7.08	1.83	12.20	0.00
16	4.74	3.95	3.16	74.36 *	4.67	9.05	0.08
17	6.22 *	6.99	8.69	3.63	4.87	69.56	0.04
18	19.50	14.11	13.13 *	7.08	3.99	41.98	0.21
19	10.18	13.05	15.59	7.52	9.73 *	43.83	0.09
20	4.74	6.71 *	7.39	6.03	5.37	69.68	0.09
21	22.50	6.03	5.67	10.28 *	6.39	49.03	0.11
22	6.14	10.73	8.41	13.60 *	2.40	58.68	0.04
23	24.58 *	4.91	6.78	7.12	2.70	53.84	0.06
24	16.74	5.82	10.26	11.68	9.41 *	45.95	0.15
25	5.48 *	8.03	11.45	4.99	2.99	67.03	0.04

● 2016 AMC12A

壹、題目內容分析

一、數學領域分類

本份試題共有 25 題，若按領域來看，我們大致可將本份試題分類如下：

1. 幾何題：第 8, 9, 12, 15, 17, 21 等 6 題(比去年少 5 題)，佔整份試題的 24%，平均答對率為 46.23%。
2. 代數題(含比例、對數等問題)：第 1, 2, 3, 6, 7, 16, 20, 24 等 8 題(比去年多 1 題)，佔整份試題的 32%，平均答對率為 47.83%。
3. 推理題：第 5, 10, 11 等 3 題(與去年多 1 題)，佔整份試題的 12%，平均答對率為 64.90%。
4. 數論題：第 14, 18, 22, 25 等 4 題(比去年多 2 題)，佔整份試題的 16%，平均答對率為 11.01%。
5. 離散數學題(含數列、機率、排列、組合等問題)：第 4, 13, 19, 23 等 4 題(比去年多 1 題)，佔整份試題的 16%，平均答對率為 31.54%。

事實上，本屆 AMC 12 試題之中也有 7 題是綜合問題：第 7 題是代數與幾何的綜合問題，第 11 題是推理與代數的綜合問題，第 14 題為數論、組合與推理的綜合問題，第 10 題是推理與數論的綜合問題，第 12 題是幾何與代數的綜合問題，第 23 題是機率與幾何的綜合問題，第 25 題是數論與推理的綜合題。

二、台灣同學答對率統計

雖然美國對於 AMC 12A 的試題的安排是由易至難，但由於我過教材的安排及學生學習文化背景與美國不同，所以答題的情況與試題難易的安排不盡相同，我國參賽學生答題實際狀況如下：

6. 答對率在 90% 以上的題號為 1、4 等 2 題；
7. 答對率在 80% ~ 90% 的題號只有第 2 題；
8. 答對率在 70% ~ 80% 的題目只有第 5 題；
9. 答對率在 60% ~ 70% 的題號為 6、8、10、12 等 4 題；
10. 答對率在 50% ~ 60% 的題號為 3、9、11、17 等 4 題；
11. 沒有答對率在 40% ~ 50% 的題目；
12. 沒有答對率在 30% ~ 40% 的題目；
13. 答對率在 20% ~ 30% 的題號為 7、15、20 等 3 題；
14. 答對率在 10% ~ 20% 的題號為 14、16、18、19、21 等 5 題；
15. 答對率在 10% 以下的題號為 13、22、23、24、25 等 5 題。

在 AMC 12 全部 25 題的試題中，我國學生答對 50% 以上的有 12 題(去年有 11 題，前年有 12 題)，答對 50% 以下的有 13 題(去年有 14 題，前年有 13 題)，比去年多一題，與前年一樣；答對率在 20% 以下的題數有 10 題，比去年及 2014 年多一題，與 2012、2013 年相同(這兩年都是 10 題)。就題型的答對率而言，我國參加 AMC 12A 的學生以推理問題答對率最高代數問題的答對率最高(平均答對率為 64.90%，去年的平均答對率為 67.48%，前年的平均答對率為 73.71%)，代數的平均答對率次之(平均答對率為 47.83%，去年平均答對率為 77.25%，前年的平均答對率為 46.80%)，幾何問題的答對率再次之(平均答對率為 46.23%，去年平均答對率為 39.94%，前年的平均答對率為 32.93%)，離散數學問題的答對率又再次之(平均答對率為 31.54%，去年平均答對率為 20.38%，前年的平均答對率為 53.66%)，數論問題答對率殿後(平均答對率為 11.01%，去年平均答對率為 16.14%，前年的平均答對率為 25.66%)。就上列的數據而言，除了幾何題型的答對率提升外，其餘各種題型的答對率均比去年下降，這可能是今年某些題型的題目比去年難一點。值得注意的是連續三年我國學生的答對率都是以數論墊底，這可能是我國高中數學中已無數論所致。

綜合而言，本屆 AMC 12A 試題困難的試題比容易的試題要多一些，今年試題中難度較高的題數比去年多一點，且容易試題的題數減少了一些。全球平均成績下降了 9.83 分，我國參賽學生平均成績下降了 16.64 分。本屆全球平均成績為 60.20 分(去年是 70.30 分)，我國參賽學生平均成績為 73.30 分(去年是 83.17 分)，顯然我國參賽學生的成績比全球參賽學生的成績略優，我國會參加 AMC 12A 競試的同學大多是數學成績比較好或是對數學較有興趣的學生，所以答對率通常比全球的答對率要高，不過值得注意的是全球下降的分數比我國學生要少一些，最近這幾年我國與全球學生的差距正在逐年縮小中。

本屆 AMC 12A 的第 2, 3, 4, 6, 8, 9, 10, 11, 12, 14 等 10 題是屬於我國國中程度的問題，我國學生這 10 題平均的答對率為 62.56%，全球學生這 10 題平均的答對率為 44.99%；第 1, 5, 7, 13, 15~25 等 15 題是屬於我國高中程度的問題，我國學生這 15 題的答對率為 26.62%，全球學生這 15 題平均的答對率為 18.71%，由此可見我國參賽學生的平均水準比全球參賽學生的平均水準要好一點。

本屆 AMC 12A 的第 5 題是一道文字較多的邏輯推理問題，本題是一道中偏易的問題，可能我國許多參賽學生對文字較多的問題較不適應，我國參賽學生的平均答對率僅有 76.09%，而全球的平均答對率卻有 79.97%，本題是這次 25 道題目中唯一全球的平均答對率高於我國參賽學生平均答對率的題目。本屆 AMC 12A 的第 7 題是一道代數與幾何的綜合問題，原題並不太難，但有陷阱，可先將原題所給的等式 $x^2(x+y+1)=y^2(x+y+1)$ 改寫為 $(x-y)(x+y)(x+y+1)=0$ ，所以這是三條直線，又因為 $x=y$ 與 $x=-y$ 相交於原點，而直線 $x+y+1=0$ 不通過原點，所以 $x^2(x+y+1)=y^2(x+y+1)$ 的圖形為三條直線，它們沒有通過同一點。本題我國參賽學生的平均答對只有 25.84%，卻有 23.54% 的同學選擇兩條相交的直線的選項(B)，全球更有 28.87% 的學生選答(B)。可能他們沒將原來的方程式改寫成 $(x-y)(x+y)(x+y+1)=0$ ，而誤以為原題只是 $x+y+1=0$ 與 $x=y$ 兩條直線。本屆 AMC 12A 的第 13 題原來應該是一道中偏難機率問題，題目是「設 N 為 5 的倍數。將一個紅球與 N 個綠球隨意的排在一直線上。令 $P(N)$ 表示至少有 $\frac{3}{5}$ 的綠球在紅球同一側的機率。顯然 $P(5)=1$ ，

且當 N 很大時 $P(N)$ 趨近於 $\frac{4}{5}$ 。試問使得 $P(N) < \frac{321}{400}$ 最小的 N ，其各位數字的和為多少？」

由於 N 為 5 的倍數，所以可設 $N=5k$ ，因而在此直線上有 $5k+1$ 個可能的位置放置紅球。設這 $5k+1$ 個位置編號為 $0, 1, 2, \dots, 5k-1, 5k$ ，如果紅球是排在 $2k+1, 2k+2, \dots, 3k-1$ 這 $(3k-1)-2k+1=k$ 個位置，則無法使得有 $\frac{3}{5}$ 的綠球在紅球同一側，所以有 $\frac{3}{5}$ 的綠球在紅球同

一側的機率為 $1 - \frac{k-1}{5k+1} = \frac{4k+2}{5k+1}$ 。由題意知 $\frac{4k+2}{5k+1} < \frac{321}{400}$ ，解此不等式得 $k > \frac{479}{5} = 95\frac{4}{5}$ ，

所以 $k=96$ ，因而 $N=5 \cdot 96=480$ 。故 N 各位數字的和為 $4+8+0=12$ 。本題我國參賽學生的平均答對率只有 9.95%，而有 66.04% 的學生未作答；全球學生的平均答對率也只有 8.57%，

且有 70.74% 的學生未作答，這可能是參賽學生都被 $\frac{321}{400}$ 這個數據嚇到，而未動筆。本屆 AMC

12A 的第 14 題是一道中偏難的數論、組合與推理的綜合問題，題目是「在正方體的各頂點標上數字 1 至 8，每個數字只用一次，且使得各個面上四個頂點的數字和都相等。各頂點安排的數字能由旋轉正方體而得到都視為一樣的安排。試問有多少種不同安排頂點數字的方法？」

由題意知每個面上四個頂點的數字和為 $\frac{1}{6} \cdot 3 \cdot (1+2+3+\dots+8)=18$ ，包含標示數字 1 頂點的面

上四個頂點的數字必須為 $\{1, 2, 7, 8\}$ 、 $\{1, 3, 6, 8\}$ 、 $\{1, 4, 5, 8\}$ 、 $\{1, 4, 6, 7\}$ 四者之一；這四組數中有三組包含了 1 與 8。因為兩個頂點會共同在兩個相鄰的平面上，所以包含標示數字 1

頂點的一個面之四個頂點的數字必須是 $\{1, 4, 6, 7\}$ ，而另兩個相鄰面上的四個頂點需包含 1 與 8。將正方體旋轉使得標示 1 的頂點在左前下方，而頂點標示 4, 6, 7 那一面在左邊的面上，此時有 $3! = 6$ 種方法安排 4, 6, 7 這三個數於左邊的面上剩下的三個頂點上；因而數字 5, 3, 2 必須標示在右邊面的頂點上且與 4, 6, 7 相鄰，因此共有 6 種可能的安排。本題我國參賽學生的平均答對率只有 13.61%，而有 19.65% 的學生認為只有 1 種安排方式，且有 38.74% 的學生未作答；全球學生的平均答對率也只有 12.04%，有 15.76% 的學生認為只有 1 種安排方式，且有 47.84% 的學生未作答。這可能是學生解題時未能找到正確的方法，而是實際在正方體的 6 個頂點上填數字，填出一種後就以為只有一種可能。本屆 AMC 12A 的第 20 題是一道抽象代數問題，題目是「某運算 \square 對所有的非零實數 a, b, c 都滿足： $a \square (b \square c) = (a \square b) \cdot c$ (此處“ \cdot ”是一般的乘法)，且 $a \square a = 1$ 。若方程式 $2016 \square (6 \square x) = 100$ 的解為 $\frac{p}{q}$ ，其中 p, q 為互質的正整數，則 $p+q$ 之值為何？」由題目所給的性質可知對有非 0 的數 a $a \square 1 = a \square (a \square a) = (a \square a) \cdot a = 1 \cdot a = a$ ，所以對所有非 0 的數 a 與 b ， $a = a \square 1 = a \square (b \square b) = (a \square b) \square b$ ，因此 $a \square b = \frac{a}{b}$ 。由此可得

$$100 = 2016 \square (6 \square x) = 2016 \square \frac{6}{x} = 336x \Rightarrow x = \frac{100}{336} = \frac{25}{84}$$

因此 $p+q = 25+84 = 109$ 。由於抽象運算在我國的教材中並沒有，所以本題應該是一道較難的題目，但本題我國參賽學生的平均答對率有 26.94%，而全球學生的平均答對率只有 9.78%，所以我國參賽學生代數方面比全球學生要好一點。本屆 AMC 12A 中所有的數論問題，我國參賽學生的平均答對率都很低，這可能是我國數論在高中都已刪除所致，值得教育當局思考。我國參加 AMC 12A 學生第 21~25 題中，除了第 21 題的答對率為 11.82% 之外，其餘各題的平均答對率都只有個位數，這可能是這些題目較難且題目在較後面，答題時間不夠所致。

三、難易度分析：

AMC 12 的試題通常是對照於美國 11~12 年級的學生從易到難的安排，其中簡單、中等及較難各種難度的試題分佈大致均勻。不過我國參加 AMC 12 的學生從國中到高中三年級的學生都有；若對照於我國高中三年級的學生而言，本份試題的難易度大致如下：

1. 第 1, 2 題等 2 題均屬於簡單的問題(與去年一樣)。
2. 第 4, 5, 6, 7, 8, 11 題等 6 題均屬於中偏易的問題(比去年多 2 題)。
3. 第 3, 9, 12 題等 3 題均屬於中等難度的問題(比去年少 4 題)。
4. 第 10, 13, 14, 15, 16, 17, 19 題等 7 題均屬於中偏難的問題(比去年多 4 題)。
5. 第 18, 20~25 題等 7 題均屬於較難的問題(比去年少 1 題)。

四、對照於我國學生學習階段分類：

1. 屬於我國國中階段能力的題目：第 2, 3, 4, 6, 8, 9, 10, 11, 12, 14 等 10 題。
2. 屬於我國高中階段能力的題目：第 1, 5, 7, 13, 15~25 等 15 題。

五、2016 AMC 12A 試題特色

本份試題與過去幾年 AMC 12 試題題型的分佈略有不同，幾何題目減少，其他種類的題目都略增加。整份試題的難度比去年稍難；簡單的題目與去年相同，中等難度以上的題目比去年多，且有些題目太難，各試題的難易度差距還滿大的，不過所有的問題解題時仍保有不需要套用任何的公式的特色。今年綜合概念的問題有 7 題(比去年少 3 題)，其中第 7 題是代數與幾何的綜合問題(我國參賽學生的平均答對率為 25.84%)，第 10 題是推理與數論的綜合問題(我國參賽學生的平均答對率為 61.03%)，第 11 題是推理與代數的綜合問題(我國參賽學生

的平均答對率為 57.58%)，第 12 題是幾何與代數的綜合問題(我國參賽學生的平均答對率為 67.64%)，第 14 題為數論、組合與推理的綜合問題(我國參賽學生的平均答對率為 13.61%)，第 23 題是機率與幾何的綜合問題(我國參賽學生的平均答對率為 8.02%)，第 25 題是數論與推理的綜合題(我國參賽學生的平均答對率為 4.96%)。數論的題目比去年多兩題，但我國數學教材中已無數論，且本次試題中的數論題都不簡單，是本屆各類試題中平均答對率最低的一類；離散類的試題，難易度差距很大，有部分題目難度頗高，是本屆各類試題中平均答對率次低的一類。2016 年 AMC 12A 全球受測總人數為 55279 人，滿分人數為 8 人，我國有 5188 人參賽，沒有人拿到滿分，十分可惜。

貳、2016 年 AMC12A 綜合統計表

全球受測學校間數為 2351 間；台灣受測學校間數為 133 間。

2016/03/20

	全球		台灣	
	人數	平均分數	人數	平均分數
全體受測學生	55279	60.20	5188	73.30
受測女學生	18890	56.18	2046	69.07
受測男學生	27323	62.96	3142	76.06
未填寫性別受測學生	9066	60.27		
十四年級受測學生	2	54.00		
十三年級受測學生	68	59.23		
十二年級受測學生	21563	60.55	2745	75.76
十一年級受測學生	28465	59.44	2255	70.50
十年級受測學生	3327	62.95	167	69.65
九年級受測學生	749	64.80	11	93.14
八年級受測學生	83	68.60	9	73.00
七年級受測學生	31	77.81	1	42.00
六年級以下受測學生	10	82.20		
未填寫年級受測學生	981	60.71		
AIME 入選資格	3476		783	

備註：

1. AMC12A 參加資格：高三(12 年級)以下學生
2. 計分方式：共 25 題，答對一題得 6 分，答錯不給分，不答得 1.5 分，總分 150 分。
3. AIME 入選資格：於 2016 AMC12A 測驗中，獲得 93 分以上(含)之考生。

從上表看來，今年我國參加 AMC 12A 測試的學生中就組別來看，我國全體參賽學生的平均成績比全球所有參賽學生的平均成績要好。就高中組學生就讀年級來看，9 年級的平均成績最好，12 年級的平均成績次之，8 年級學生的平均成績再次之，11 年級平均成績再次之，10 年級平均成績再次之，7 年級的平均成績墊底，這可能是 9、8 年級受測學生的人數比高年級受測學生的人數少，且低年級會來參賽的學生，通常是數學成績較好或對數學比較有興趣的同學，所以表現較優。就性別來看，男學生的平均成績高於女學生的平均成績。值得注意的是我國參賽學生達 140.5 分以上的只有一人，而全球有 0.05% 的人達 140.5 分以上；全球達 130.5 分以上的學生占全球參賽學生的 0.33%，但我國達 130.5 分以上的學生只占我國參賽學生的 0.08%；全球達 120.5 分以上的學生占全球參賽學生的 0.73%，但我國達 120.5 分以上的學生只占我國參賽學生的 0.29%；這表示我國頂尖學生人數的比例，比全頂尖學生人數的比例要少一些。本屆 AMC 12A 競試，93 分以上(含)之考生即可獲得 AIME 入選資格(去年為 99 分)；我國 93 分以上的學生有 783 人，佔了我國參賽學生的 15.09% 比去年略少 (去年佔 16.3%)。

參、2016 年 AMC12A 全球與台灣地區測驗分數組距分析表

2016/03/20

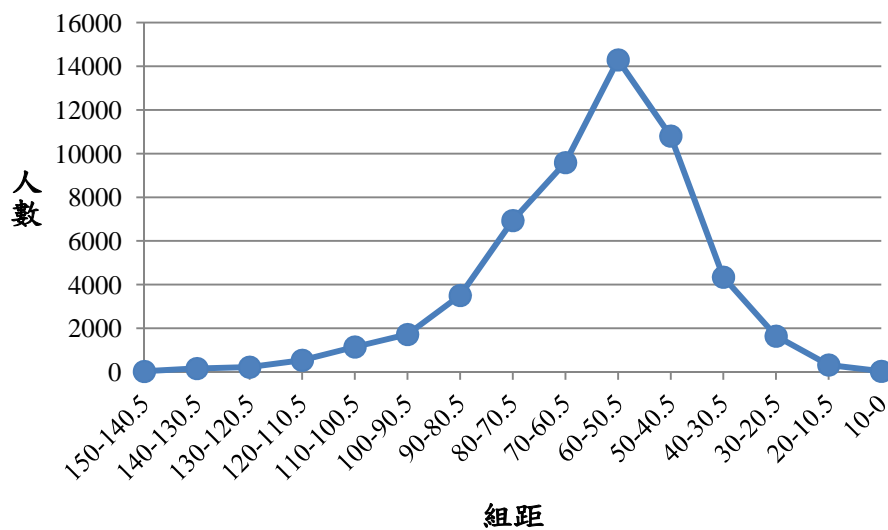
組距	全球		台灣	
	人數	累計人數	人數	累計人數
150.0-140.5	26	26	1	1
140.0-130.5	159	185	3	4
130.0-120.5	221	406	11	15
120.0-110.5	539	945	70	85
110.0-100.5	1147	2092	283	368
100.0-90.5	1719	3811	515	883
90.0-80.5	3505	7316	958	1841
80.0-70.5	6936	14252	1157	2998
70.0-60.5	9591	23843	863	3861
60.0-50.5	14294	38137	766	4627
50.0-40.5	10805	48942	403	5030
40.0-30.5	4343	53285	116	5146
30.0-20.5	1642	54927	36	5182
20.0-10.5	321	55248	6	5188
10.0-0.0	31	55279	0	5188

2016 年 AMC12A 全球受測總人數為 55279 人，滿分人數 8 人

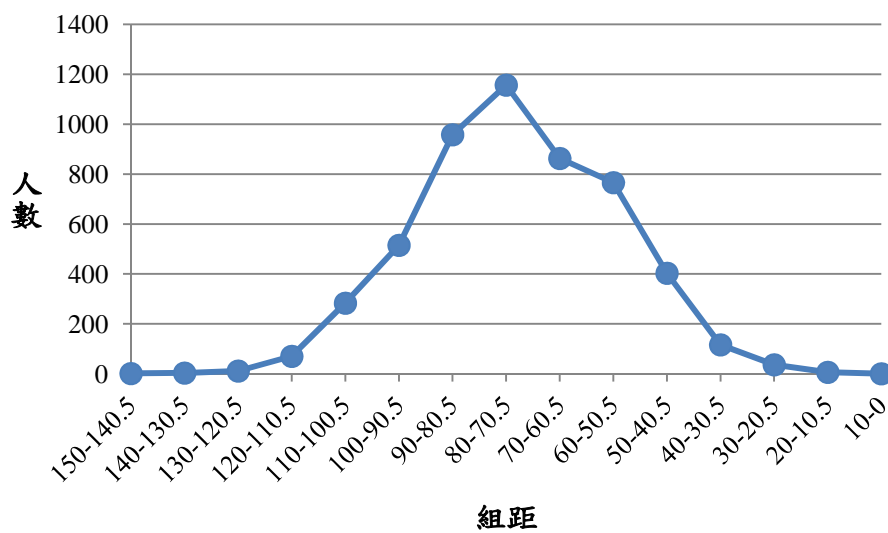
2016 年 AMC12A 台灣受測總人數為 5188 人，滿分人數 0 人

肆、2016 年 AMC12A 全球與台灣地區測驗分布曲線圖

一、全球測驗分數分布曲線圖（全球測驗總人數為 55279 人）



二、台灣地區全體測驗分數分布曲線圖（台灣地區測驗總人數為 5188 人）



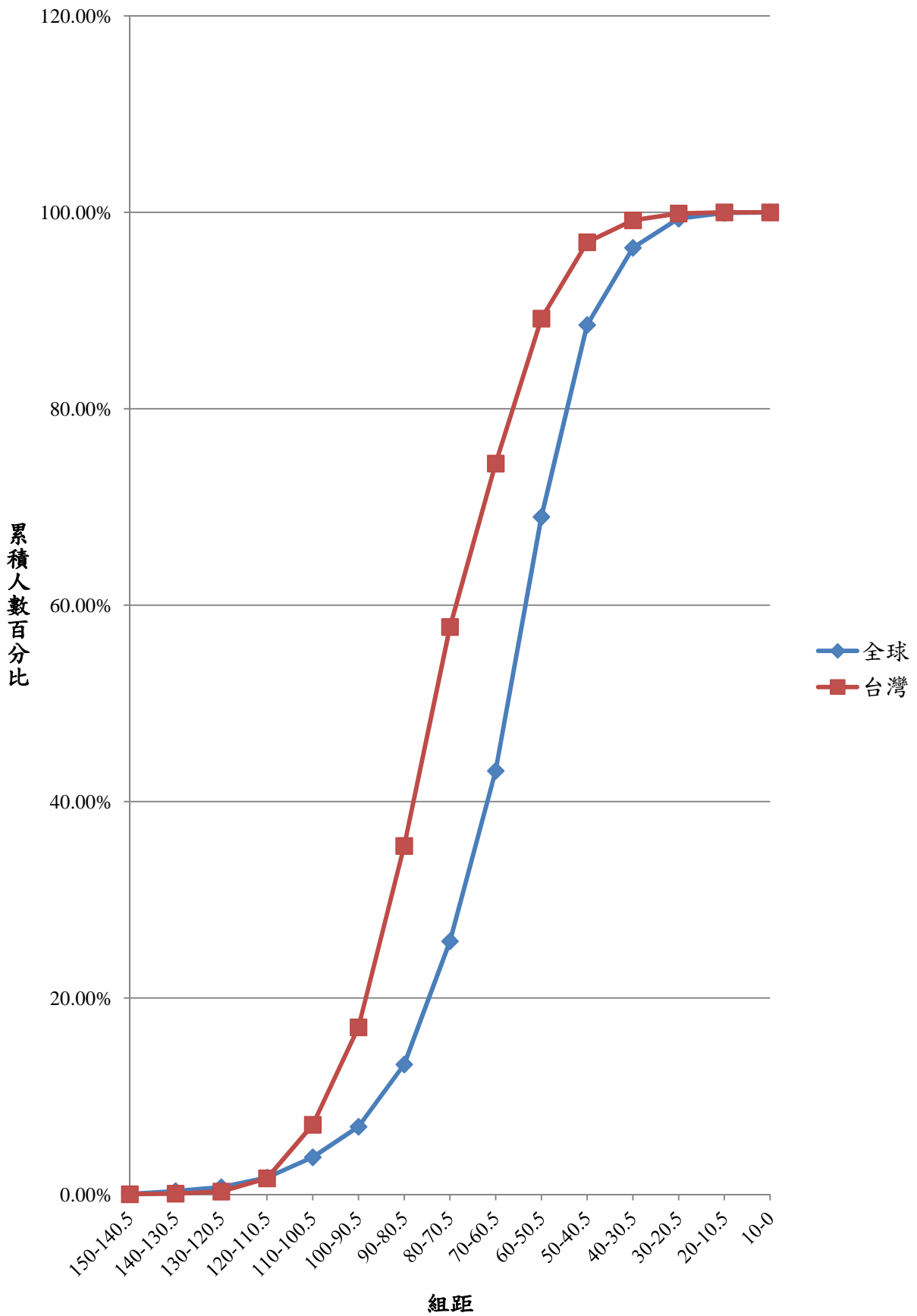
伍、2016 年 AMC12A 全球與台灣測驗分數累積百分表

2016/03/20

組距	全球	台灣
	累積人數百分比 (%)	累積人數百分比 (%)
140.5 分以上	0.05	0.02
130.5 分以上	0.33	0.08
120.5 分以上	0.73	0.29
110.5 分以上	1.71	1.64
100.5 分以上	3.78	7.09
90.5 分以上	6.89	17.02
80.5 分以上	13.23	35.49
70.5 分以上	25.78	57.79
60.5 分以上	43.13	74.42
50.5 分以上	68.99	89.19
40.5 分以上	88.54	96.95
30.5 分以上	96.39	99.19
20.5 分以上	99.36	99.88
10.5 分以上	99.94	100.00
0.0 分以上	100.00	100.00

2016 年 AMC12A 全球受測總人數為 55279 人；台灣受測總人數為 5188 人。

陸、2016 年 AMC12A 全球與台灣地區測驗分數累積人數百分曲線圖



柒、2016 年 AMC12A 全球與台灣地區各題答對率

一、全球答對率

2016/03/20

題號	A(%)	B(%)	C(%)	D(%)	E(%)	未答	劃記不清
1	2.68	75.91 *	5.81	2.31	0.61	12.65	0.01
2	3.89	12.64	72.52 *	2.42	4.11	4.41	0.01
3	2.95	39.44 *	16.25	9.81	15.47	16.06	0.02
4	0.55	4.25	6.79	84.95 *	0.51	2.93	0.02
5	2.56	4.94	5.76	2.54	79.97 *	4.20	0.03
6	5.48	3.87	6.16	41.27 *	7.80	35.40	0.01
7	7.79	28.87	8.02	14.97 *	12.43	27.89	0.03
8	5.33	7.25	7.05	44.57 *	8.42	27.37	0.02
9	4.01	6.13	6.10	4.17	17.11 *	62.46	0.02
10	8.16	56.94 *	8.29	8.92	5.59	12.08	0.02
11	2.10	3.10	22.44	4.38	46.77 *	21.18	0.04
12	8.49	9.06	31.28 *	4.66	4.89	41.60	0.02
13	8.57 *	5.58	6.55	4.79	3.75	70.74	0.02
14	15.76	10.68	12.04 *	7.55	6.12	47.84	0.02
15	11.90	4.61	4.38	13.30 *	5.67	60.12	0.02
16	10.63	13.01	11.08	7.57 *	2.79	54.90	0.02
17	8.19	22.76 *	6.98	9.08	4.10	48.87	0.02
18	4.11	7.90	7.07	12.30 *	1.90	66.71	0.02
19	5.50	7.38 *	9.32	8.20	3.06	66.52	0.02
20	9.78 *	3.80	5.57	5.93	2.18	72.73	0.02
21	22.04	6.68	6.87	7.45	5.58 *	51.36	0.03
22	3.97 *	5.39	6.93	4.82	1.63	77.25	0.01
23	5.68	7.14	7.34 *	6.73	5.26	67.82	0.02
24	3.83	6.23 *	4.18	4.69	2.66	78.39	0.02
25	2.12	3.13	4.68	6.29	4.97 *	78.79	0.02

二、台灣全體答對率

題號	A(%)	B(%)	C(%)	D(%)	E(%)	未答	劃記不清
1	0.48	96.99 *	1.62	0.29	0.02	0.56	0.04
2	3.61	3.20	89.92	0.60	2.33	0.31	0.04
3	1.60	56.17 *	18.94 *	5.30	10.89	7.00	0.10
4	0.06	2.01	2.62	94.66 *	0.15	0.50	0.00
5	4.96	4.78	8.97	1.95	76.09 *	3.20	0.06
6	12.86	2.97	4.42	64.33 *	4.38	10.89	0.15
7	5.61	23.54	8.62	25.84 *	16.02	20.23	0.13
8	2.35	9.99	3.28	65.97 *	8.02	10.28	0.12
9	3.93	4.92	5.69	3.36	54.72 *	27.36	0.02
10	8.50	61.03 *	6.63	6.69	4.26	12.78	0.10
11	1.79	3.24	17.84	4.40	57.58 *	15.10	0.06
12	5.40	5.82	67.64 *	3.84	2.45	14.75	0.10
13	9.95 *	6.90	8.10	5.75	3.14	66.04	0.12
14	19.65	13.83	13.61 *	8.21	5.90	38.74	0.06
15	29.08	4.20	4.47	20.34 *	4.67	37.04	0.19
16	15.21	19.48	16.74	13.83 *	4.57	30.14	0.04
17	6.85	56.90 *	4.13	6.94	3.49	21.67	0.02
18	5.48	9.22	9.78	19.59 *	1.95	53.95	0.04
19	5.50	13.54 *	9.47	19.96	6.27	45.20	0.08
20	26.94 *	4.32	6.75	8.25	2.29	51.41	0.04
21	15.93	4.80	11.40	11.74	11.82 *	44.16	0.15
22	5.88 *	7.25	11.30	4.82	1.83	68.82	0.10
23	5.34	9.02	8.02 *	8.12	4.26	65.16	0.08
24	5.23	8.58 *	5.86	8.08	3.34	68.80	0.12
25	3.05	4.65	6.46	7.48	4.96 *	73.37	0.04