

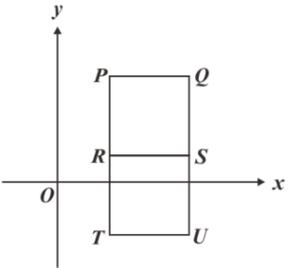
2017 年第一屆台灣中小學數學能力檢定考試  
Taiwan Mathematics Test  
TMT11

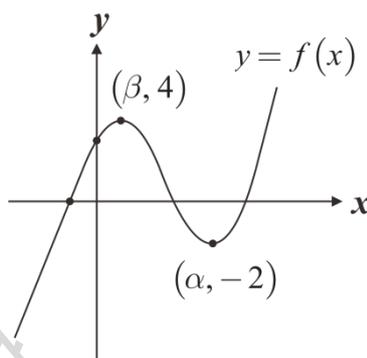
考試須知

1. 未經監考人員宣佈打開測驗卷之前，不可先行打開試卷作答。
2. 本次測驗時間共 分鐘，分別為單選題 15 題、選填題 15 題，共 30 題。
  - (1) 單選題：
    - (I) 每一題各有 A、B、C、D、E 五個選項，其中只有一個選項是正確的答案。
    - (II) 請使用 2B 鉛筆在「答案欄」上適當的圓圈內塗黑，請檢查所圈選的答案是否正確，並將錯誤及模糊不清部分擦拭乾淨。請注意，只有將答案圈選清楚在答案卡上才得以計分。
  - (2) 選填題：
    - (I) 每一題答案是範圍在 000 至 999 之間的整數。如答案為 7，請塗黑 007；如答案為 43，請塗黑 043；如答案為 123，請塗黑 123。全對才給分，沒有倒扣或部份給分。
    - (II) 請使用 2B 鉛筆在「答案欄」上適當的圓圈內塗黑，並請檢查所填寫的答案數字與塗黑的圓圈是否一致，任何的答案數字及塗黑的圓圈如果不一致，將不予計分；如欲修正，請將錯誤擦拭乾淨。
3. 計分方式：(總分 150 分)
  - (1) 單選題：每一題答對可得 5 分，未作答得 1 分，答錯得 0 分。
  - (2) 選填題：每一題答對可得 5 分，未作答及答錯得 0 分。
4. 除了考試所准許使用的尺、圓規、量角器、橡皮擦、方格紙及計算紙外，請勿攜帶任何輔助工具(包含手機、計算器、穿戴式裝置等)進入考場，考卷上所有的題目均不需使用計算器便可作答。
5. 試卷內的圖形皆為示意圖，可能未依比例繪製。
6. 交卷時請將答案卡交回，測驗開始 分鐘後，始准交卷離場。

## 2017 年台灣中小學數學能力檢定考試 TMT 11

## 單選題

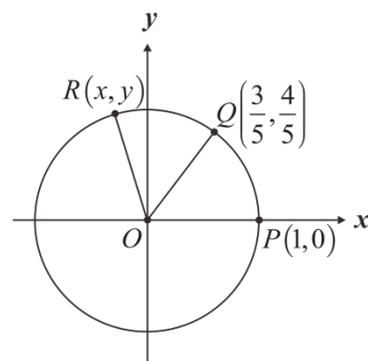
1. 多項式  $x^3 - 2x^2 + 2x - 4$  可因式分解成下列哪一個選項？  
 (A)  $(x-1)(x+2)^2$       (B)  $(x+1)(x+2)(x-2)$       (C)  $(x-1)(x-2)^2$   
 (D)  $(x+1)(x-2)^2$       (E)  $(x-2)(x^2+2)$
2. 有一筆資料共有 11 項，其中有八項是 4、6、6、8、9、11、12、13，則這些資料的中位數最大可能之值為何？  
 (A) 6      (B) 8      (C) 9      (D) 11      (E) 12
3. 試求  $6^{\left(\log_5 \frac{1}{125}\right)}$  之值為何？  
 (A) -3      (B) -18      (C)  $\frac{1}{216}$       (D)  $\frac{1}{1296}$       (E) 216
4. 如圖，在坐標平面上有兩個邊長為 1 的正方形所構成的『日』字，其各邊皆平行坐標軸，如果將  $P$ 、 $Q$ 、 $R$ 、 $S$ 、 $T$ 、 $U$  六個點坐標  $(x, y)$  代入  $k = 2018x + 1009y$ ，則哪一個點所得的  $k$  有最大值？  
 (A)  $P$       (B)  $Q$       (C)  $S$       (D)  $T$       (E)  $U$
- 
5. 下列哪一個數值最大？  
 (A)  $\frac{\sqrt{5} + \sqrt{7}}{2}$       (B)  $\frac{\sqrt{5} + 2\sqrt{7}}{3}$       (C)  $\frac{5\sqrt{5} - \sqrt{7}}{4}$   
 (D)  $\frac{2\sqrt{5} + 3\sqrt{7}}{5}$       (E)  $\frac{3\sqrt{5} + 4\sqrt{7}}{7}$

6.  $A(0,2,4)$ 、 $B(4,7,-2)$ 、 $C(0,1,-2)$ 三點所決定的平面與 $z$ 軸的交點為何？  
 (A)  $(0,0,0)$  (B)  $(0,0,-2)$  (C)  $(0,0,-4)$   
 (D)  $(0,0,-6)$  (E)  $(0,0,-8)$
7. 一個三角形周長為50，三內角為 $120^\circ$ 、 $30^\circ$ 、 $30^\circ$ ，若最大邊長為 $a$ ，則下列哪一個選項正確？  
 (A)  $5 < a < 10$  (B)  $15 < a < 20$  (C)  $20 < a < 25$   
 (D)  $25 < a < 30$  (E)  $30 < a < 35$
8. 設坐標平面上，曲線 $y=2^x$ 的圖形與直線 $x=-\frac{3}{2}$ 交於點 $A$ ，且與直線 $y=4\sqrt{2}$ 交於點 $B$ 。若直線 $AB$ 斜率為 $m$ ，則下列哪一個選項正確？  
 (A)  $-2 < m < -1$  (B)  $-1 < m < 0$  (C)  $0 < m < 1$   
 (D)  $1 < m < 2$  (E)  $2 < m < 3$
9. 設 $y=f(x)$ 為實係數三次多項式，圖形如右所示，其中 $f(\beta)=4$ 為極大且 $f(\alpha)=-2$ 為極小。若方程式 $f(x)+k=0$ 恰有一實根，則下列何者是 $k$ 值的範圍？  
 (A)  $k < -4$  (B)  $-4 < k < 2$  (C)  $-2 < k < 4$   
 (D)  $k > 2$  或  $k < -4$  (E)  $k > 4$  或  $k < -2$
- 
10. 設二次函數 $f(x)=ax^2+bx$ ， $a > 0$ 。若 $f(-7) < 0$ ， $f(-8) > 0$ ，請問下列哪一個函數值最小？  
 (A)  $f(-1)$  (B)  $f(-2)$  (C)  $f(-3)$  (D)  $f(-4)$  (E)  $f(-5)$

11. 如圖， $P$ 、 $Q$ 、 $R$ 是圓心為原點 $O$ 之單位圓上的點，其中 $P(1,0)$ ，

$Q\left(\frac{3}{5}, \frac{4}{5}\right)$ ， $R(x, y)$ 。若 $\widehat{PQ} = \widehat{QR}$ (弧長相等)，則 $R$ 之坐標 $(x, y)$ 為何？

- (A)  $\left(-\frac{7}{25}, \frac{24}{25}\right)$       (B)  $\left(-\frac{24}{25}, \frac{7}{25}\right)$       (C)  $\left(-\frac{4}{5}, \frac{3}{5}\right)$   
 (D)  $\left(-\frac{3}{5}, \frac{4}{5}\right)$       (E)  $\left(-\frac{9}{10}, \frac{\sqrt{19}}{10}\right)$



12. 設 $\vec{AB} = (1, 2)$ ， $\vec{AC} = (3, 5)$ ， $\vec{AP} = k\vec{AB} + (2-k)\vec{AC}$ ， $0 < k < 2$ 。若 $\triangle ABP$ 面積為 $\triangle ABC$ 面積的 $\frac{2}{3}$ 倍，則 $k$ 值為何？

- (A)  $\frac{1}{3}$       (B)  $\frac{2}{3}$       (C)  $\frac{5}{4}$       (D)  $\frac{4}{3}$       (E)  $\frac{3}{2}$

13. 設過點 $A(1, 0, 0)$ 與直線 $L: \frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-3}{-1}$ 相交且垂直的直線，其方向向量為 $(4, b, c)$ ，則 $b+c = ?$

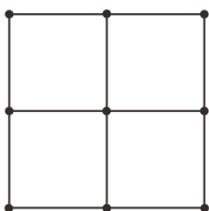
- (A) 3      (B) 4      (C) 5      (D) 6      (E) 7

14. 設 $A$ 箱內有二白球， $B$ 箱內有一黑球。甲乙二人輪流取球，每次先由甲自 $A$ 箱內任取一球，放入 $B$ 箱內，再由乙自 $B$ 箱內任取一球，放入 $A$ 箱內，這樣稱為一局。試問經過兩局後，二白球在 $A$ 箱內之機率為何？

- (A)  $\frac{1}{8}$       (B)  $\frac{1}{4}$       (C)  $\frac{1}{3}$       (D)  $\frac{3}{8}$       (E)  $\frac{5}{8}$

15. 在下圖中，每個方格均為正方形，由方格的9個頂點，隨機選取3個點，選出的3個點可以構成三角形的機率為何？

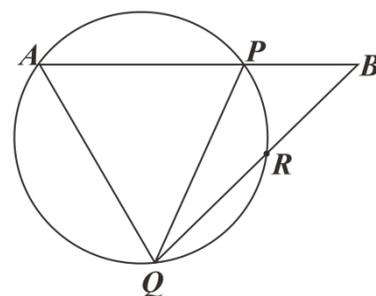
- (A)  $\frac{1}{3}$       (B)  $\frac{2}{3}$       (C)  $\frac{19}{21}$       (D)  $\frac{13}{14}$       (E)  $\frac{27}{28}$



選填題
-----

- 設實數  $x$  滿足  $x - \frac{1}{x} = \frac{3}{2}$ ，若  $x^2 + \frac{1}{x^2} = \frac{m}{n}$ ，其中  $m$  與  $n$  為互質的正整數，則  $10m + n$  之值為 \_\_\_\_\_。
- 設  $a$  為常數， $f(x) = 3(x-2)^{10} + 4(x-2)^3 + a$ ，若  $f(x)$  除以  $(x-3)$  的餘式為 117，則  $a =$  \_\_\_\_\_。
- 設  $x$ 、 $y$  為實數。若  $2^x = 3$ ， $3^y = 4$ ，則  $12^{-xy}$  之值為 \_\_\_\_\_。
- 在 2 和 128 之間插入 8 個正數，使得這 10 個數成等比數列。若所插入的 8 個數之乘積為  $2^k$ ，則  $k =$  \_\_\_\_\_。
- 在  $\triangle ABC$  中， $\overline{AB} = 6$ ， $\overline{BC} = 5$ ， $\overline{CA} = 4$ ，若  $M$  在  $\overline{BC}$  上且  $\overline{BM} = 3$ ，則  $\overline{AM}^2 =$  \_\_\_\_\_。
- 設  $p$ 、 $q$  為實數。若  $1 + 3i$  為  $x^3 + px^2 + qx - 20 = 0$  的一個根，則  $p + 30q =$  \_\_\_\_\_。

7. 如右圖所示， $\triangle APQ$  中，已知  $\angle PAQ = 60^\circ$ ， $\overline{PQ} = 200\sqrt{3}$ ，在射線  $\overrightarrow{AP}$  上取一點  $B$  使得  $\angle PQB = 30^\circ$ 。若  $\overline{BQ}$  與  $\triangle APQ$  的外接圓交於  $Q$ 、 $R$  兩點，則  $\overline{QR} =$  \_\_\_\_\_。

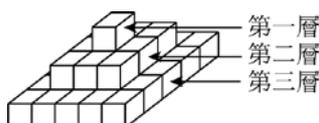


8. 設平面上三點  $A(-2, -3)$ 、 $B(-1, 3)$ 、 $C(0, -5)$ ，若向量  $\overrightarrow{AB}$  與  $\overrightarrow{AC}$  在直線  $L: y = mx$  上的正射影相同，則  $1000 \times m$  之值為 \_\_\_\_\_。

9. 滿足方程式  $|x+5| - |x-1| = x-3$  的所有實數解的總和為 \_\_\_\_\_。

10. 若  $x$ 、 $y$  為實數，滿足  $2x + y = 8$ ，則  $x^2 + y^2 - 2x - 2y + 106$  的最小值為 \_\_\_\_\_。

11. 將邊長為 1 之正立方體的小積木堆疊，方式如下圖所示：第一層使用 1 個積木，第二層使用 9 個積木，第三層共用了 25 個積木。若以此模式繼續堆疊至第八層，則這八層所堆出的積木造型的表面積(含底部)為 \_\_\_\_\_。



12. 某便當連鎖店販售的便當除了白飯外，主菜有四種（排骨、雞腿、燻肉、鮮魚）可選一種，配菜有八種（高麗菜、麻婆豆腐、蒸蛋、...）可選三份，但配菜可相同（例如：可以指定二份高麗菜和一份蒸蛋，或者三份皆為高麗菜）。某人買一個便當，菜色搭配方式共有 \_\_\_\_\_ 種情形。
13. 放射性物質衰變為原來質量一半所需的時間，稱為該物質的半衰期。現有  $A$ 、 $B$  兩種放射性物質，其中  $A$  的質量與  $B$  的質量比例為  $100:49$ ，而 90 個月前  $A$  的質量與  $B$  的質量的比例為  $25:49$ 。若物質  $B$  的半衰期為 18 個月，則物質  $A$  的半衰期是 \_\_\_\_\_ 個月。
14. 下表為甲乙二人剪刀、石頭、布猜拳 5 次的記錄表。現因污損導致部分紀錄缺漏，試問缺漏部分有 \_\_\_\_\_ 種可能的記錄方式？

甲	剪刀		剪刀		布
乙		石頭		石頭	
小計：甲 2 勝；乙 2 勝；1 平手					

15. 已知正方形  $ABCD$  恰和圓  $x^2 + y^2 = 90$  交於  $A$ 、 $B$  兩點，且點  $C$ 、 $D$  在直線  $x + y = 30$  上，則正方形的面積為 \_\_\_\_\_。