

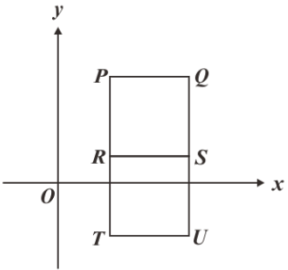
2017 年第一屆台灣中小學數學能力檢定考試
Taiwan Mathematics Test
TMT11

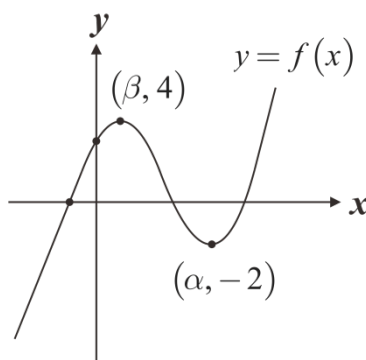
考試須知

1. 未經監考人員宣佈打開測驗卷之前，不可先行打開試卷作答。
2. 本次測驗時間共 分鐘，分別為單選題 15 題、選填題 15 題，共 30 題。
 - (1) 單選題：
 - (I) 每一題各有 A、B、C、D、E 五個選項，其中只有一個選項是正確的答案。
 - (II) 請使用 2B 鉛筆在「答案欄」上適當的圓圈內塗黑，請檢查所圈選的答案是否正確，並將錯誤及模糊不清部分擦拭乾淨。請注意，只有將答案圈選清楚在答案卡上才得以計分。
 - (2) 選填題：
 - (I) 每一題答案是範圍在 000 至 999 之間的整數。如答案為 7，請塗黑 007；如答案為 43，請塗黑 043；如答案為 123，請塗黑 123。全對才給分，沒有倒扣或部份給分。
 - (II) 請使用 2B 鉛筆在「答案欄」上適當的圓圈內塗黑，並請檢查所填寫的答案數字與塗黑的圓圈是否一致，任何的答案數字及塗黑的圓圈如果不一致，將不予計分；如欲修正，請將錯誤擦拭乾淨。
3. 計分方式：(總分 150 分)
 - (1) 單選題：每一題答對可得 5 分，未作答得 1 分，答錯得 0 分。
 - (2) 選填題：每一題答對可得 5 分，未作答及答錯得 0 分。
4. 除了考試所准許使用的尺、圓規、量角器、橡皮擦、方格紙及計算紙外，請勿攜帶任何輔助工具(包含手機、計算器、穿戴式裝置等)進入考場，考卷上所有的題目均不需使用計算器便可作答。
5. 試卷內的圖形皆為示意圖，可能未依比例繪製。
6. 交卷時請將答案卡交回，測驗開始 分鐘後，始准交卷離場。

2017 年台灣中小學數學能力檢定考試 TMT 11

單選題

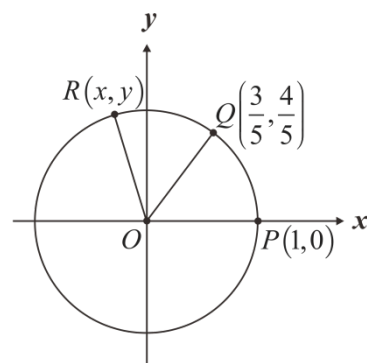
1. 多項式 $x^3 - 2x^2 + 2x - 4$ 可因式分解成下列哪一個選項？
 (A) $(x-1)(x+2)^2$ (B) $(x+1)(x+2)(x-2)$ (C) $(x-1)(x-2)^2$
 (D) $(x+1)(x-2)^2$ (E) $(x-2)(x^2+2)$
2. 有一筆資料共有 11 項，其中有八項是 4、6、6、8、9、11、12、13，則這些資料的中位數最大可能之值為何？
 (A) 6 (B) 8 (C) 9 (D) 11 (E) 12
3. 試求 $6^{\left(\log_5 \frac{1}{125}\right)}$ 之值為何？
 (A) -3 (B) -18 (C) $\frac{1}{216}$ (D) $\frac{1}{1296}$ (E) 216
4. 如圖，在坐標平面上有兩個邊長為 1 的正方形所構成的『日』字，其各邊皆平行坐標軸，如果將 P 、 Q 、 R 、 S 、 T 、 U 六個點坐標 (x, y) 代入 $k = 2018x + 1009y$ ，則哪一個點所得的 k 有最大值？
 (A) P (B) Q (C) S (D) T (E) U
- 
5. 下列哪一個數值最大？
 (A) $\frac{\sqrt{5} + \sqrt{7}}{2}$ (B) $\frac{\sqrt{5} + 2\sqrt{7}}{3}$ (C) $\frac{5\sqrt{5} - \sqrt{7}}{4}$
 (D) $\frac{2\sqrt{5} + 3\sqrt{7}}{5}$ (E) $\frac{3\sqrt{5} + 4\sqrt{7}}{7}$

6. $A(0,2,4)$ 、 $B(4,7,-2)$ 、 $C(0,1,-2)$ 三點所決定的平面與 z 軸的交點為何？
 (A) $(0,0,0)$ (B) $(0,0,-2)$ (C) $(0,0,-4)$
 (D) $(0,0,-6)$ (E) $(0,0,-8)$
7. 一個三角形周長為50，三內角為 120° 、 30° 、 30° ，若最大邊長為 a ，則下列哪一個選項正確？
 (A) $5 < a < 10$ (B) $15 < a < 20$ (C) $20 < a < 25$
 (D) $25 < a < 30$ (E) $30 < a < 35$
8. 設坐標平面上，曲線 $y=2^x$ 的圖形與直線 $x=-\frac{3}{2}$ 交於點 A ，且與直線 $y=4\sqrt{2}$ 交於點 B 。若直線 AB 斜率為 m ，則下列哪一個選項正確？
 (A) $-2 < m < -1$ (B) $-1 < m < 0$ (C) $0 < m < 1$
 (D) $1 < m < 2$ (E) $2 < m < 3$
9. 設 $y=f(x)$ 為實係數三次多項式，圖形如右所示，其中 $f(\beta)=4$ 為極大且 $f(\alpha)=-2$ 為極小。若方程式 $f(x)+k=0$ 恰有一實根，則下列何者是 k 值的範圍？
 (A) $k < -4$ (B) $-4 < k < 2$ (C) $-2 < k < 4$
 (D) $k > 2$ 或 $k < -4$ (E) $k > 4$ 或 $k < -2$
- 
10. 設二次函數 $f(x)=ax^2+bx$ ， $a>0$ 。若 $f(-7)<0$ ， $f(-8)>0$ ，請問下列哪一個函數值最小？
 (A) $f(-1)$ (B) $f(-2)$ (C) $f(-3)$ (D) $f(-4)$ (E) $f(-5)$

11. 如圖， P 、 Q 、 R 是圓心為原點 O 之單位圓上的點，其中 $P(1,0)$ ，

$Q\left(\frac{3}{5}, \frac{4}{5}\right)$ ， $R(x, y)$ 。若 $\widehat{PQ} = \widehat{QR}$ (弧長相等)，則 R 之坐標 (x, y) 為何？

- (A) $\left(-\frac{7}{25}, \frac{24}{25}\right)$ (B) $\left(-\frac{24}{25}, \frac{7}{25}\right)$ (C) $\left(-\frac{4}{5}, \frac{3}{5}\right)$
 (D) $\left(-\frac{3}{5}, \frac{4}{5}\right)$ (E) $\left(-\frac{9}{10}, \frac{\sqrt{19}}{10}\right)$



12. 設 $\vec{AB} = (1, 2)$ ， $\vec{AC} = (3, 5)$ ， $\vec{AP} = k\vec{AB} + (2-k)\vec{AC}$ ， $0 < k < 2$ 。若 $\triangle ABP$ 面積為 $\triangle ABC$ 面積的 $\frac{2}{3}$ 倍，則 k 值為何？

- (A) $\frac{1}{3}$ (B) $\frac{2}{3}$ (C) $\frac{5}{4}$ (D) $\frac{4}{3}$ (E) $\frac{3}{2}$

13. 設過點 $A(1, 0, 0)$ 與直線 $L: \frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-3}{-1}$ 相交且垂直的直線，其方向向量為 $(4, b, c)$ ，則 $b+c = ?$

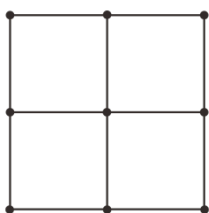
- (A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 7

14. 設 A 箱內有二白球， B 箱內有一黑球。甲乙二人輪流取球，每次先由甲自 A 箱內任取一球，放入 B 箱內，再由乙自 B 箱內任取一球，放入 A 箱內，這樣稱為一局。試問經過兩局後，二白球在 A 箱內之機率為何？

- (A) $\frac{1}{8}$ (B) $\frac{1}{4}$ (C) $\frac{1}{3}$ (D) $\frac{3}{8}$ (E) $\frac{5}{8}$

15. 在下圖中，每個方格均為正方形，由方格的9個頂點，隨機選取3個點，選出的3個點可以構成三角形的機率為何？

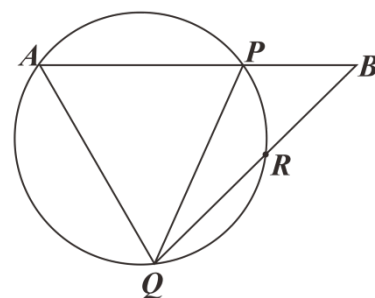
- (A) $\frac{1}{3}$ (B) $\frac{2}{3}$ (C) $\frac{19}{21}$ (D) $\frac{13}{14}$ (E) $\frac{27}{28}$



選填題

- 設實數 x 滿足 $x - \frac{1}{x} = \frac{3}{2}$ ，若 $x^2 + \frac{1}{x^2} = \frac{m}{n}$ ，其中 m 與 n 為互質的正整數，則 $10m + n$ 之值為 _____。
- 設 a 為常數， $f(x) = 3(x-2)^{10} + 4(x-2)^3 + a$ ，若 $f(x)$ 除以 $(x-3)$ 的餘式為 117，則 $a =$ _____。
- 設 x 、 y 為實數。若 $2^x = 3$ ， $3^y = 4$ ，則 12^{xy} 之值為 _____。
- 在 2 和 128 之間插入 8 個正數，使得這 10 個數成等比數列。若所插入的 8 個數之乘積為 2^k ，則 $k =$ _____。
- 在 $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = 6$ ， $\overline{BC} = 5$ ， $\overline{CA} = 4$ ，若 M 在 \overline{BC} 上且 $\overline{BM} = 3$ ，則 $\overline{AM}^2 =$ _____。
- 設 p 、 q 為實數。若 $1 + 3i$ 為 $x^3 + px^2 + qx - 20 = 0$ 的一個根，則 $p + 30q =$ _____。

7. 如右圖所示， $\triangle APQ$ 中，已知 $\angle PAQ = 60^\circ$ ， $\overline{PQ} = 200\sqrt{3}$ ，在射線 \overrightarrow{AP} 上取一點 B 使得 $\angle PQB = 30^\circ$ 。若 \overline{BQ} 與 $\triangle APQ$ 的外接圓交於 Q 、 R 兩點，則 $\overline{QR} =$ _____。

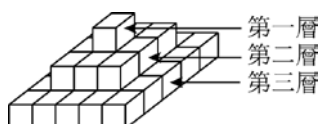


8. 設平面上三點 $A(-2, -3)$ 、 $B(-1, 3)$ 、 $C(0, -5)$ ，若向量 \overrightarrow{AB} 與 \overrightarrow{AC} 在直線 $L: y = mx$ 上的正射影相同，則 $1000 \times m$ 之值為 _____。

9. 滿足方程式 $|x+5| - |x-1| = x-3$ 的所有實數解的總和為 _____。

10. 若 x 、 y 為實數，滿足 $2x + y = 8$ ，則 $x^2 + y^2 - 2x - 2y + 106$ 的最小值為 _____。

11. 將邊長為 1 之正立方體的小積木堆疊，方式如下圖所示：第一層使用 1 個積木，第二層使用 9 個積木，第三層共用了 25 個積木。若以此模式繼續堆疊至第八層，則這八層所堆出的積木造型的表面積(含底部)為 _____。



12. 某便當連鎖店販售的便當除了白飯外，主菜有四種（排骨、雞腿、燻肉、鮮魚）可選一種，配菜有八種（高麗菜、麻婆豆腐、蒸蛋、...）可選三份，但配菜可相同（例如：可以指定二份高麗菜和一份蒸蛋，或者三份皆為高麗菜）。某人買一個便當，菜色搭配方式共有 _____ 種情形。
13. 放射性物質衰變為原來質量一半所需的時間，稱為該物質的半衰期。現有 A 、 B 兩種放射性物質，其中 A 的質量與 B 的質量比例為 $100:49$ ，而 90 個月前 A 的質量與 B 的質量的比例為 $25:49$ 。若物質 B 的半衰期為 18 個月，則物質 A 的半衰期是 _____ 個月。
14. 下表為甲乙二人剪刀、石頭、布猜拳 5 次的記錄表。現因污損導致部分紀錄缺漏，試問缺漏部分有 _____ 種可能的記錄方式？

甲	剪刀		剪刀		布
乙		石頭		石頭	
小計：甲 2 勝；乙 2 勝；1 平手					

15. 已知正方形 $ABCD$ 恰和圓 $x^2 + y^2 = 90$ 交於 A 、 B 兩點，且點 C 、 D 在直線 $x + y = 30$ 上，則正方形的面積為 _____。