

2019 年第三屆臺灣中小學數學能力檢定考試

Taiwan Mathematics Test

TMT10

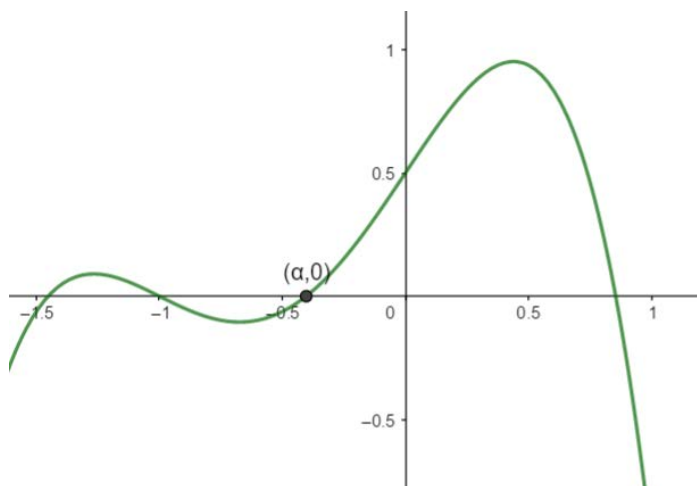
考試須知

- 未經監考人員宣佈打開測驗卷之前，不可先行打開試卷作答。
- 本次測驗時間共 80 分鐘，分別為單選題 15 題、選填題 15 題，共 30 題。
 - 單選題：
 - 每一題各有 A、B、C、D、E 五個選項，其中只有一個選項是正確的答案。
 - 請使用 2B 鉛筆在「答案欄」上適當的圓圈內塗黑，請檢查所圈選的答案是否正確，並將錯誤及模糊不清部分擦拭乾淨。請注意，只有將答案圈選清楚在答案卡上才得以計分。
 - 選填題：
 - 每一題答案是範圍在 000 至 999 之間的整數。如答案為 7，請塗黑 007；如答案為 43，請塗黑 043；如答案為 123，請塗黑 123。全對才給分，沒有倒扣或部份給分。
 - 請使用 2B 鉛筆在「答案欄」上適當的圓圈內塗黑，並請檢查所填寫的答案數字與塗黑的圓圈是否一致，任何的答案數字及塗黑的圓圈如果不一致，將不予計分；如欲修正，請將錯誤擦拭乾淨。
- 計分方式：(總分 150 分)
 - 單選題：每一題答對可得 5 分，未作答得 1 分，答錯得 0 分。
 - 選填題：每一題答對可得 5 分，未作答及答錯得 0 分。
- 除了考試所准許使用的尺、圓規、量角器、橡皮擦、方格紙及計算紙外，請勿攜帶任何輔助工具(包含手機、計算器、穿戴式裝置等)進入考場，考卷上所有的題目均不需使用計算器便可作答。
- 試卷內的圖形皆為示意圖，可能未依比例繪製。
- 交卷時請將答案卡交回，測驗開始 40 分鐘後，始准交卷離場。

2019 年臺灣中小學數學能力檢定考試 TMT 10

單選題

- 若 a 為 $\sqrt{32}$ 的小數部分，則 $\sqrt{2}$ 的小數部分為下列哪一個選項？
 (A) a (B) $\frac{a}{4}$ (C) $4a-1$ (D) $4a-\frac{5}{4}$ (E) $\frac{a+1}{4}$
- 設 P 為數線上的一個點。已知從 P 分別到數線上 10、20 這兩個點距離的和為 40。試問所有可能 P 點坐標的和為 _____。
 (A) -5 (B) 15 (C) 20 (D) 30 (E) 35
- 若 $\log_n 3 = 5$ ，則 $\log_{27} n = ?$
 (A) $\frac{1}{15}$ (B) $\frac{1}{5}$ (C) $\frac{3}{5}$ (D) 1 (E) $\frac{5}{3}$
- 將甲、乙、丙、丁、戊、己、庚共 7 個人分成四組，每組至少 1 人。若甲、乙、丙三人均不同組，則分法共有幾種？
 (A) 20 (B) 157 (C) 175 (D) 256 (E) 265
- 已知 $y = f(x)$ 的圖形如下，試問 x 的值為下列哪一個選項時，滿足不等式 $f(x) > \frac{1}{2}$ ？
 (A) $\frac{\alpha}{2}$ (B) 2α (C) $\alpha-1$ (D) $\alpha+1$ (E) $\alpha+\frac{4}{3}$



6. 已知 $f(x)$ 為三次多項式，若 $f(x)$ 除以 $(x-2)^3$ 的餘式為 $3x-6$ ，且 $f(\alpha)=-7$ ，則 $f(4-\alpha)=?$
- (A) 5 (B) 7 (C) 9 (D) 11 (E) 13
7. 方程式 $x^4+17x^3+107x^2-17x-108=0$ 的所有實根之和為下列哪一個選項？
- (A) -17 (B) 0 (C) 1 (D) 17 (E) 32
8. 設 k 為實數，若 α 、 β 是方程式 $x^2-2kx+k+6=0$ 的兩實根，則 $(\alpha-1)^2+(\beta-1)^2$ 的最小值為 _____。
- (A) $-\frac{49}{4}$ (B) -8 (C) 8 (D) 12 (E) $\frac{49}{4}$
9. 整係數多項式 $f(x)=x^4+ax^3+bx^2+cx-80$ ，且 $f(1-2i)=f(5+\sqrt{41})=0$ ，則滿足 $f(x)<0$ 的整數解有幾個？
- (A) 12 (B) 13 (C) 14 (D) 15 (E) 16
10. 若不等式 $\frac{(x-2)(x+3)}{x-5}<1$ 的解集合為 $\{x|x<a \text{ 或 } b<x<c\}$ ，則 $a+b+c$ 之值為何？
- (A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 7
11. 若 a, b 為實數，滿足 $2^a=3$ ， $3^b=\frac{1}{\sqrt{2}}$ ，則 ab 之值為何？
- (A) $-\frac{1}{2}$ (B) $-\frac{1}{\sqrt{2}}$ (C) 0 (D) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (E) $\frac{1}{2}$

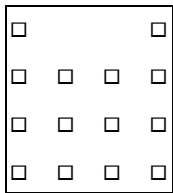
12. 有一瓶果汁連瓶子共重 900 公克，若喝掉這瓶果汁的一部分後，剩下的果汁連瓶子共重 400 公克，假設喝掉的這部分佔全部果汁（不含瓶子）的比例為 x ，且 $\frac{2}{3} < x < \frac{5}{7}$ ，如果瓶子的重量為 y 公克，則下列關於 y 的範圍何者正確？

- (A) $150 < y < 200$ (B) $200 < y < 250$ (C) $250 < y < 300$
 (D) $300 < y < 350$ (E) $350 < y < 400$

13. 已知 $\triangle ABC$ ， $\overline{AB} = 3$ ， $\overline{BC} = 5$ ， $3 \leq \overline{AC} \leq 7$ 。試問：當 \overline{AC} 由 3 持續增加至 7 時， $\triangle ABC$ 的變化，依序為哪一組答案？（甲：銳角三角形、乙：直角三角形、丙：鈍角三角形）

- (A) 丙乙丙 (B) 甲丙乙丙甲 (C) 丙甲乙甲丙
 (D) 丙乙甲乙丙 (E) 甲乙丙乙甲

14. 如圖，有一個 14 人的座位表，現任意抽取 3 個座位，試問，抽到的 3 個座位在一直線的機率為何？（註：除空白位置外，相鄰的兩個座位間其距離均相等）



- (A) $\frac{4}{91}$ (B) $\frac{5}{91}$ (C) $\frac{6}{91}$ (D) $\frac{1}{13}$ (E) $\frac{8}{91}$

15. 設數列 $\langle a_n \rangle$ 滿足 $\begin{cases} a_n = a_{n-1} + 2, \text{當 } n \text{ 為偶數} \\ a_n = a_{n-2} + 4, \text{當 } n \text{ 為奇數} \end{cases}$ ，若 $a_1 = 19$ ，則 $a_{108} = ?$

- (A) 231 (B) 233 (C) 235 (D) 237 (E) 239

選填題

- 若二次函數 $y = f(x)$ 的最大值為 17，且 $f(5) = f(-3) = 1$ ，則 $f(2) =$ _____。
- 若 $f(x)$ 為二次多項式，且 $f(107) = 2$ 、 $f(108) = 1$ 、 $f(109) = 9$ ，則 $f(110) =$ _____。
- 試問多項式 $(3x^3 + 4x^2 + 1)(2x^3 + 3x^2 + x + 1)^2$ 乘開後， x^7 項的係數為 _____。
- 坐標平面上有三個點 $P(991, 772)$ 、 $Q(993, 776)$ 、 $R(994, 771)$ ，則 $\triangle PQR$ 的面積為 _____。
- 有一筆數值統計資料，依序為 9、10、12、19、20、21、23、25、28 共 9 個，若刪去其中一數後，可使算術平均數變小但是中位數變大，則刪去的數為 _____。
- 已知等比數列 $\langle a_n \rangle$ 的前 8 項的和 $\sum_{k=1}^8 a_k = 1020$ ，前四個奇數項的和 $a_1 + a_3 + a_5 + a_7 = 340$ ，則 $a_8 =$ _____。
- 將等差數列 1, 4, 7, 10, ..., 97, 100 所有項相乘，則其乘積所得之數其末尾一共會有 _____ 個連續的零。
- 一圖片寫著數字如圖，共有 11 列，第 k 列有 k 個相同的數，則此圖片所有數的總和為 _____。

$$\begin{array}{ccccccc}
 & & & & & & 1 \\
 & & & & & & 3 & 3 \\
 & & & & & & 5 & 5 & 5 \\
 & & & & & & 7 & 7 & 7 & 7 \\
 & & & & & & 9 & 9 & 9 & 9 & 9 \\
 & & & & & & \vdots & & & & \\
 & & & & & & 21 & 21 & \dots\dots & 21 & 21
 \end{array}$$

9. 有一個等差數列共有 n 項，其前六項的和為 168，末六項的和為 66，全部 n 項的和為 4329。
求 $n =$ _____。

10. 設 x 、 y 為正實數，若 $(x+2)(y+3)=96$ ，則 xy 之最大值为 _____。

11. 已知 $x^2 - x - 1 = 0$ ，且 $x > 0$ ，若 $x^3 = a + b\sqrt{c}$ ，其中 a, b, c 為正整數且 c 不能被任何質數的平方所整除，則 $100a + 10b + c =$ _____。

12. 如圖，把連續的自然數按照圖中的規則填入。例如：圖 4 中最右上角的數字為 16，最左下角的數字為 10。試問當最右上角的格子中的數與最左下角的格子中的數之和為 146 時是第 _____ 張圖。



圖 1

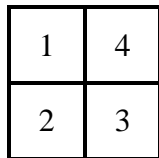


圖 2

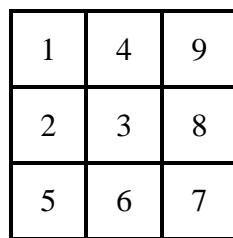


圖 3

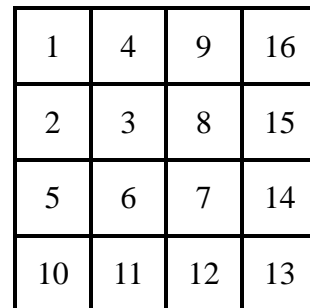
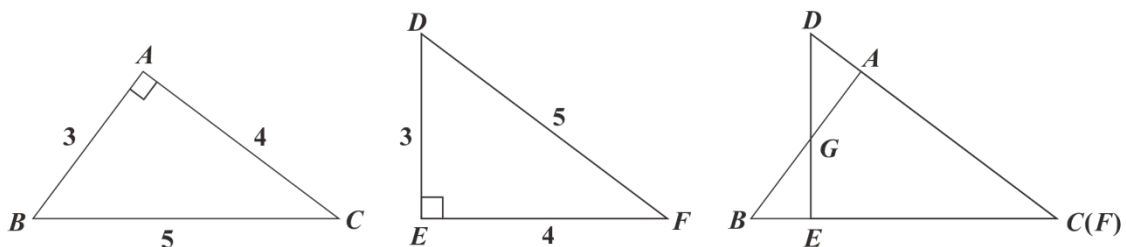


圖 4

13. 已知有兩個全等且邊長為 3、4、5 的直角三角形，將它們重疊擺放如下呈現：



若 $\overline{AE} = \frac{b\sqrt{c}}{a}$ ，其中 a, b, c 為正整數， a, b 互質且 c 不能被任何質數平方所整除，則

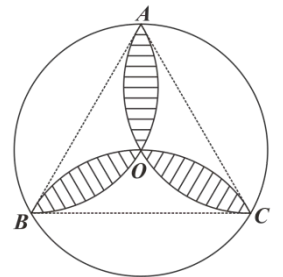
$a + b + c =$ _____。

14. 假設年底某直轄市市長大選前，某一家新聞媒體公布最新民意調查資料如下：

選民政黨傾向	占選民的百分比	支持候選人甲之百分比	支持候選人乙之百分比	支持其他候選人之總百分比
A 黨	28%	20%	70%	10%
B 黨	34%	60%	20%	20%
無特定政黨傾向	38%	40%	30%	30%

若已知一位民調受訪者支持候選人甲，則該位受訪者為無特定政黨傾向的機率為 $\frac{m}{n}$ ，其中 m 與 n 為互質的正整數，則 $m+n$ 之值為 _____。

15. 如右圖，假設一個圓形色紙的圓心為 O 點， A 、 B 、 C 為圓 O 上的相異三點， $\triangle ABC$ 為正三角形，若分別以 \overline{AB} 、 \overline{BC} 、 \overline{CA} 為摺線，將 $\triangle ABC$ 外的三個弓形向內摺，三個弓形上的弧皆通過 O 點，且其重疊的部分為斜線區域，已知圓 O 的半徑為 2，且圖中的斜線區域面積為 $a\pi - b\sqrt{c}$ ，其中 a, b, c 為正整數且 c 不能被任何質數平方所整除，則 $100a + 10b + c =$ _____。



參考公式：

$$(一) \text{ 首項為 } a, \text{ 公差為 } d \text{ 的等差數列前 } n \text{ 項之和為 } S = \frac{n(2a + (n-1)d)}{2}$$

$$\text{首項為 } a, \text{ 公比為 } r (r \neq 1) \text{ 的等比數列前 } n \text{ 項之和為 } S = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$$

$$(二) \sum_{k=1}^n k = \frac{1}{2}n(n+1)$$

$$\sum_{k=1}^n k^2 = \frac{1}{6}n(n+1)(2n+1)$$

$$\sum_{k=1}^n k^3 = \frac{1}{4}n^2(n+1)^2$$