

2019 年第三屆臺灣中小學數學能力檢定考試

Taiwan Mathematics Test

TMT8

考試須知

1. 未經監考人員宣佈打開測驗卷之前，不可先行打開試卷作答。
2. 本次測驗時間共 80 分鐘，分別為單選題 15 題、選填題 15 題，共 30 題。
 - (1) 單選題：
 - (I) 每一題各有 A、B、C、D、E 五個選項，其中只有一個選項是正確的答案。
 - (II) 請使用 2B 鉛筆在「答案欄」上適當的圓圈內塗黑，請檢查所圈選的答案是否正確，並將錯誤及模糊不清部分擦拭乾淨。請注意，只有將答案圈選清楚在答案卡上才得以計分。
 - (2) 選填題：
 - (I) 每一題答案是範圍在 000 至 999 之間的整數。如答案為 7，請塗黑 007；如答案為 43，請塗黑 043；如答案為 123，請塗黑 123。全對才給分，沒有倒扣或部份給分。
 - (II) 請使用 2B 鉛筆在「答案欄」上適當的圓圈內塗黑，並請檢查所填寫的答案數字與塗黑的圓圈是否一致，任何的答案數字及塗黑的圓圈如果不一致，將不予計分；如欲修正，請將錯誤擦拭乾淨。
3. 計分方式：(總分 150 分)
 - (1) 單選題：每一題答對可得 5 分，未作答得 1 分，答錯得 0 分。
 - (2) 選填題：每一題答對可得 5 分，未作答及答錯得 0 分。
4. 除了考試所准許使用的尺、圓規、量角器、橡皮擦、方格紙及計算紙外，請勿攜帶任何輔助工具(包含手機、計算器、穿戴式裝置等)進入考場，考卷上所有的題目均不需使用計算器便可作答。
5. 試卷內的圖形皆為示意圖，可能未依比例繪製。
6. 交卷時請將答案卡交回，測驗開始 40 分鐘後，始准交卷離場。

2019 臺灣中小學數學能力檢定考試 TMT8

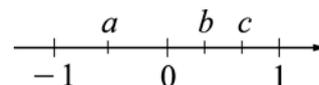
單選題

1. 滿足 $3 < \sqrt{7a} < 10$ 的正整數 a 共有幾個？

- (A) 11 (B) 12 (C) 13 (D) 14 (E) 15

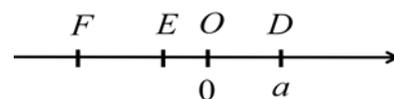
2. 已知 a 、 b 、 c 三數在數線上的位置如右圖所示，試問

$$|b-c| + |c-a| + |b-a| = ?$$



- (A) 0 (B) $2a-2b$ (C) $2b-2c$ (D) $2c-2b$ (E) $2c-2a$

3. 如圖所示，數線上 O 為原點， D 點坐標為 a ，已知 $\overline{OF} = 2\overline{OD}$ ，



$$\overline{FE} = 3, \text{ 則 } E \text{ 點坐標為?}$$

- (A) $-2a+3$ (B) $-2a-3$ (C) $2a+3$ (D) $-2(a-3)$ (E) $2a-3$

4. 小鄭 為了要鍛鍊身體，決定每天做伏地挺身，第一天做 10 下，之後的每一天都比前一天多做 2 下，則 **2 週後(共 14 天)** 小鄭 總共做了多少下伏地挺身？

- (A) 36 (B) 322 (C) 364 (D) 422 (E) 460

5. 化簡 $(3 \times 10^6) \div (5 \times 10^9) = ?$

- (A) 6×10^{-2} (B) 6×10^{-3} (C) 6×10^{-4} (D) 6×10^{14} (E) 6×10^{15}

6. 將正整數 1、2、3、4、……，依序由左而右、由上而下的規律方式填入方格中，如右圖所示。第一層填 1，第 2 層寫 2,3,4，以此類推……。若 2019 落在第 m 層由左算起第 n 個數，則 $m+n$ 之值為何？

			1			
		2	3	4		
	5	6	7	8	9	
10	11	12	13	14	15	16

- (A) 128 (B) 129 (C) 130 (D) 131 (E) 132

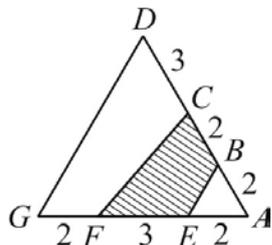
7. a 、 b 、 c 為正整數，且 $a \leq b \leq c \leq 6$ ，若 \sqrt{a} 、 \sqrt{b} 、 \sqrt{c} 是直角三角形的三邊長，則數對 (a, b) 共有多少種？

- (A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 8 (E) 9

8. 已知坐標平面上有 O 、 P 、 Q 、 R 四個點， O 為原點， $P(4, 3)$ 、 $Q(1, 7)$ 、 $R(0, 7)$ ，則四邊形 $OPQR$ 之面積為何？

- (A) $\frac{15}{2}$ (B) $\frac{25}{2}$ (C) 15 (D) 16 (E) 32

9. 若在正三角形圖案中已知 $\overline{AB} : \overline{BC} : \overline{CD} = 2 : 2 : 3$ 、 $\overline{AE} : \overline{EF} : \overline{FG} = 2 : 3 : 2$ ，試問斜線部分面積與白色部分面積的比值為何？



- (A) $\frac{6}{43}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{13}{36}$ (D) $\frac{16}{33}$ (E) $\frac{1}{2}$

10. 超商推出 50 元、100 元、200 元三種不同面額的禮券，陳老師花 2000 元買了這三種不同面額的禮券共 24 張，其中 100 元和 200 元的張數相同，試問陳老師買了多少張面額 50 元的禮券？

- (A) 4 (B) 8 (C) 12 (D) 16 (E) 20

11. 已知某檢測選擇題有 15 題，選填題有 15 題。每答對一題選擇題得 5 分，答錯得 0 分，不作答得 1 分。每答對一題選填題得 5 分，不作答或答錯皆得 0 分。如果小明參加這次檢測確定自己答對選填題 12 題，且選擇題確定有作答的題目中只有 3 題錯誤，而且他最後得分為 104 分，試問他選擇題有幾題沒有作答？

- (A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 7

12. 設 a 為正整數，若二次多項式 $x^2 + ax + 64$ 能因式分解成 $(x+c)(x+d)$ 且 c 、 d 為整數，試問所有 a 的可能值的和為多少？

(A) 133 (B) 134 (C) 135 (D) 136 (E) 137

13. 政府推行節能減碳，百貨公司趁勢推出省電燈泡，目前決定進貨甲、乙兩型的燈泡共 1200 個，兩種燈泡的進貨價格與售價如下表：

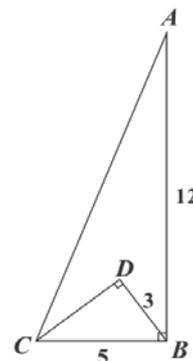
種類	進貨價(元/個)	售價(元/個)
甲	25	30
乙	45	60

試問進貨甲型燈泡至少 _____ 個，商場售完所有省電燈泡時獲利不超過進貨價的 30%。

(A) 450 (B) 420 (C) 390 (D) 360 (E) 330

14. 如右圖，已知 $\triangle ABC$ 、 $\triangle BDC$ 均為直角三角形， $\overline{AB} = 12$ ， $\overline{BC} = 5$ ，且 $\angle ABC = \angle BDC = 90^\circ$ ， $\overline{BD} = 3$ ，求 D 到 \overline{AC} 的距離在哪一個範圍？

(A) 1~1.5 (B) 1.5~2 (C) 2~2.5
(D) 2.5~3 (E) 3~3.5



15. 如圖，將 8, 11, 14 及等差數列 $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6$ 的這 6 項分別填入 3×3 的方格內，使得每列的和、每行的和及對角線的和都相等，則 $a_1 \times a_2 - a_3$ 的值為何？

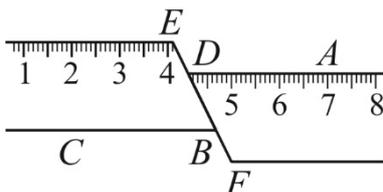
a_4	14	a_2
a_3	a_5	8
11	a_1	a_6

(A) 66 (B) 68 (C) 70 (D) 72 (E) 74

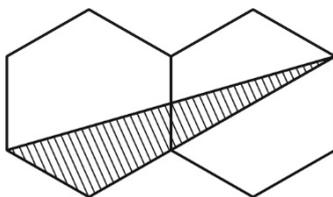
選填題

1. 試計算： $\left[|-3| \times 8 - (-2) \div 9 \times 81 \right] \div 13 = \frac{b}{a}$ ，且 a, b 為互質的正整數，則 $a+b =$ _____。

2. 如圖，把一把直尺沿 \overline{BD} 折斷並移位，點 E, D, B, F 在同一條直線上。已知 $\angle ADE = 128^\circ$ ，則 $\angle DBC =$ _____ 度。



3. 如圖，兩個面積都為 600 的正六邊形並排擺放，他們的其中一條邊互相重合，那麼圖中的斜線部分的面積為 _____。



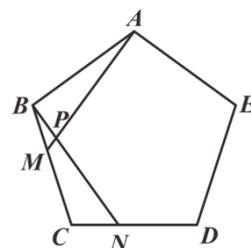
4. 若方程式 $x^2 - px + 50p = 0$ 有一個正根為 100，則 p 值為 _____。

5. 若將 $4x^2 - 20x = 17$ 表示成 $(ax-b)^2 = 17+c$ 的形式，且 a, b, c 為正整數及 a, b 互質，則 a, b, c 的最大公因數與最小公倍數之和為 _____。

6. 已知 a, b, c 皆為質數，且 $a \times b \times c$ 恰為一組連續 111 個正整數之和，求 $a + b + c$ 的最小值為 _____。

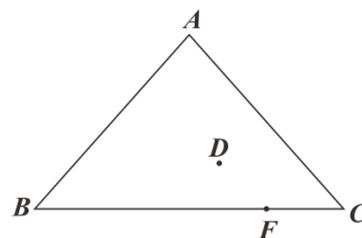
7. 老闆本來打算將一筆 6000 元的獎金依 3:4:5 的比例分給甲、乙、丙三人，後來決定將分配的比例改為 5:12:13，則乙、丙兩人總共多得到 _____ 元。

8. 如圖，點 M 、 N 分別是正五邊形 $ABCDE$ 的邊 \overline{BC} 、 \overline{CD} 上的點，且 $\overline{BM} = \overline{CN}$ ， \overline{AM} 交 \overline{BN} 於點 P ，則 $\angle APN$ 的度數為 _____ 度。



9. 一般賣場均有設置大螢幕電視牆作為商品展示，其中電視牆螢幕大小通常是以對角線長度來確定的(計量單位採用的是英吋)，而此大螢幕電視牆則是以採用長:寬=5:3作為設計比例。若某賣場電視牆大螢幕對角線恰為 68 英吋，且這個電視牆的面積為 A 平方英吋，則 A 除以 1000 的餘數為 _____。

10. 一個形狀為等腰三角形，底邊 $\overline{BC} = 48$ ，面積為 120 的公園，要建一個涼亭在 $\triangle ABC$ 內使得涼亭到 A, C 兩點等距離，假設把涼亭當作一點 D 且點 F 為 \overline{BC} 上的一點使得 $\overline{BF} = 3\overline{FC}$ ，若從 F 點走到 D 點，再走到 C 點的距離要最短，則此最短距離為 _____。

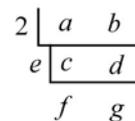


11. 若 a 、 b 為正整數，且 $45^2 + a^2 = 54^2 + b^2$ ，則 $a + b$ 的最大值為 _____。

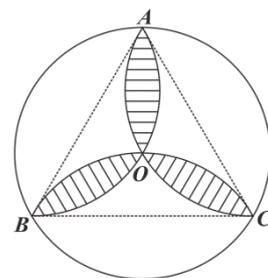
12. 將 $\frac{1}{\frac{1}{2015} + \frac{1}{2016} + \frac{1}{2017} + \frac{1}{2018} + \frac{1}{2019}}$ 化簡成帶分數，則其整數部分 = _____。

13. 有一個等差數列共有 n 項，其前六項的和為 168，末六項的和為 66，全部 n 項的和為 4329。求 $n =$ _____。

14. 小琪將 a 、 b 兩個正整數以短除法作質因數分解，完整的作法如右。已知 $1 < f < g$ ， e 是質數，且 a 、 b 的最大公因數是 22，最小公倍數是 770，則 $a+b =$ _____。



15. 如右圖，假設一個圓形色紙的圓心為 O 點， A 、 B 、 C 為圓 O 上的相異三點， $\triangle ABC$ 為正三角形，若分別以 \overline{AB} 、 \overline{BC} 、 \overline{CA} 為摺線，將 $\triangle ABC$ 外的三個弓形向內摺，三個弓形上的弧皆通過 O 點，且其重疊的部分為斜線區域，已知圓 O 的半徑為 2，且圖中的斜線區域面積為 $a\pi - b\sqrt{c}$ ，其中 a, b, c 為正整數且 c 不能被任何質數平方所整除，則 $100a+10b+c =$ _____。



參考公式：

(一) 和的平方公式： $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

差的平方公式： $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

平方差公式： $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$

(二) 若直角三角形兩股長為 a 、 b ，斜邊長為 c ，則 $c^2 = a^2 + b^2$

(三) 若圓的半徑為 r ，圓周率為 π ，則圓面積 $= \pi r^2$ ，圓周長 $= 2\pi r$

(四) 若一個等差數列的首項為 a_1 ，公差為 d ，第 n 項為 a_n ，前 n 項和為 S_n ，則

$$a_n = a_1 + (n-1)d, S_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2}$$

(五) 一元二次方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ 的解為 $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$