

2018 年第二屆臺灣中小學數學能力檢定考試

Taiwan Mathematics Test

TMT11

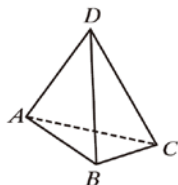
考試須知

- 未經監考人員宣佈打開測驗卷之前，不可先行打開試卷作答。
- 本次測驗時間共 80 分鐘，分別為單選題 15 題、選填題 15 題，共 30 題。
 - 單選題：
 - 每一題各有 A、B、C、D、E 五個選項，其中只有一個選項是正確的答案。
 - 請使用 2B 鉛筆在「答案欄」上適當的圓圈內塗黑，請檢查所圈選的答案是否正確，並將錯誤及模糊不清部分擦拭乾淨。請注意，只有將答案圈選清楚在答案卡上才得以計分。
 - 選填題：
 - 每一題答案是範圍在 000 至 999 之間的整數。如答案為 7，請塗黑 007；如答案為 43，請塗黑 043；如答案為 123，請塗黑 123。全對才給分，沒有倒扣或部份給分。
 - 請使用 2B 鉛筆在「答案欄」上適當的圓圈內塗黑，並請檢查所填寫的答案數字與塗黑的圓圈是否一致，任何的答案數字及塗黑的圓圈如果不一致，將不予計分；如欲修正，請將錯誤擦拭乾淨。
- 計分方式：(總分 150 分)
 - 單選題：每一題答對可得 5 分，未作答得 1 分，答錯得 0 分。
 - 選填題：每一題答對可得 5 分，未作答及答錯得 0 分。
- 除了考試所准許使用的尺、圓規、量角器、橡皮擦、方格紙及計算紙外，請勿攜帶任何輔助工具(包含手機、計算器、穿戴式裝置等)進入考場，考卷上所有的題目均不需使用計算器便可作答。
- 試卷內的圖形皆為示意圖，可能未依比例繪製。
- 交卷時請將答案卡交回，測驗開始 40 分鐘後，始准交卷離場。

2018 年臺灣中小學數學能力檢定考試 TMT 11

單選題

1. 下圖的四面體 $D-ABC$ 中，若 $\overline{DA} = \overline{DB} = \overline{DC}$ ，則頂點 D 在 $\triangle ABC$ 所在平面上之投影點為何？



- (A) $\triangle ABC$ 重心 (B) $\triangle ABC$ 垂心 (C) $\triangle ABC$ 內心 (D) $\triangle ABC$ 外心 (E) 以上皆非
2. 若 $\log_{23} 25 = \frac{b}{a} \log_2 c$ ，其中 a, b, c 為正整數， a, b 互質且 c 為質數，則 $a+b+c$ 之值為何？
- (A) 6 (B) 7 (C) 8 (D) 9 (E) 10
3. 下列四個敘述中，有幾個是正確的？
- (1) 若 x, y 為正數，且 $xy > 1$ ，則 $x > 1$ 或 $y > 1$
- (2) 若 x, y 為實數，且 $xy > 0$ ，則 $x^2 + y^2 > 1$
- (3) 若 x, y 為複數，且 $x^2 + y^2 = 0$ ，則 $x = 0$ 且 $y = 0$
- (4) 若 x, y 為無理數，則 $x+y$ 為無理數
- (A) 0 個 (B) 1 個 (C) 2 個 (D) 3 個 (E) 4 個
4. 若分數 $\frac{135a21}{24}$ 可化為有限小數，其中 $135a21$ 為六位數，則所有可能的 a 有幾個？
- (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6
5. 設 $f(x) = x^3 + ax + b$ 為實係數三次多項式且 $f(-1+2i) = 0$ ，則方程式 $f(x) = 0$ 的實根為何？
- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

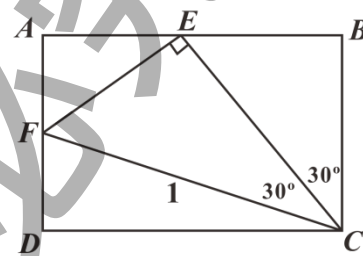
6. 下面哪一組數據和 $\{1,1,2,2,2\}$ 的標準差相同？

- (A) $\{1,1,1,1,1\}$ (B) $\{1,1,1,1,2\}$ (C) $\{1,1,1,2,2\}$
 (D) $\{1,2,2,2,2\}$ (E) $\{2,2,2,2,2\}$

7. 如右圖所示，有一矩形 $ABCD$ ，點 E 在 \overline{AB} 上，點 F 在 \overline{AD} 上，

$\angle CEF = 90^\circ$ ， $\angle ECF = 30^\circ$ ， $\angle ECB = 30^\circ$ ，設 $\overline{CF} = 1$ ，若

$\overline{AE} = \frac{\sqrt{b}}{a}$ ，其中 b 不能被任何質數的平方所整除，則 $a+b = ?$



- (A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7 (E) 8

8. 設 k 為實數，已知方程式 $x^2 - (k-2)x + k^2 + 3k + 5 = 0$ 有兩實根 α 、 β ，則 $\alpha^2 + \beta^2$ 的最大值為下列哪一個選項？

- (A) 18 (B) 19 (C) 20 (D) 21 (E) 22

9. 設 a, b 為實數且 $a > 0$ 。若二次函數 $f(x) = ax^2 - 2ax + b$ 在 $0 \leq x \leq 3$ 的最大值為13，最小值為5，則 $a \times b$ 之值為何？

- (A) 6 (B) 8 (C) 10 (D) 12 (E) 14

10. 在坐標平面上， $\vec{a} = (-2, 1)$ ， $\vec{b} = (1, 2) + t(5, 3)$ ，其中 t 為正數，若 \vec{a} ， \vec{b} 兩向量所張的平行四邊形面積恰為38，則 t 之值為何？

- (A) 2 (B) 2.5 (C) 3 (D) 3.5 (E) 4

11. 已知正實數 a ，且滿足不等式 $\left|x - \frac{5}{3}\right| \leq a$ 的整數解有6個，若 a 的最小值為下列何者？

- (A) $\frac{7}{3}$ (B) $\frac{8}{3}$ (C) $\frac{10}{3}$ (D) $\frac{11}{3}$ (E) $\frac{13}{3}$

12. 若數列 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{107}$ 中每一項皆為 0、1、-1、2 或 -2，則 $a_1 \times a_2 \times a_3 \times \dots \times a_{107}$ 有多少種可能之值？
 (A) 109 (B) 215 (C) 216 (D) 217 (E) 219
13. 若 n 是一個三位正整數，且 n 的個位數字大於十位數字，十位數字大於百位數字，則稱 n 為“三位遞增數”（如 137、359、567 等）。在某次數學趣味活動中，每位參加者須從所有的“三位遞增數”中隨機抽取 1 個數。則抽取的“三位遞增數”的三個位數的數字之積能被 10 整除的機率為何？
 (A) $\frac{1}{14}$ (B) $\frac{5}{42}$ (C) $\frac{5}{21}$ (D) $\frac{11}{42}$ (E) $\frac{1}{3}$
14. 已知 $\triangle ABC$ ， $A(1,2)$ 、 $B(5,-1)$ 、 $C(0,0)$ ，若一直線 L 平行 \overline{BC} ，交 \overline{AB} 、 \overline{AC} 於 D 、 E 兩點，且 $\triangle ADE$ 面積 = $\frac{4}{9}$ $\triangle ABC$ 面積，則下列哪一點在此直線 L 上？
 (A) $(0, \frac{11}{15})$ (B) $(\frac{1}{3}, \frac{1}{3})$ (C) $(\frac{1}{3}, 1)$ (D) $(1, \frac{2}{3})$ (E) $(\frac{11}{3}, 1)$
15. 若正方形 $ABCD$ 各邊均平行坐標軸，且對頂點 A 、 $C(3,8)$ 均在 $y=2^x$ 上，則 A 之 x 坐標在下列哪一個範圍內？
 (A) $-\frac{11}{2} < x < -5$ (B) $-5 < x < -\frac{9}{2}$ (C) $-\frac{9}{2} < x < -4$
 (D) $-4 < x < -\frac{7}{2}$ (E) $-\frac{7}{2} < x < -3$

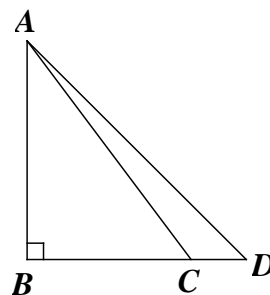
選填題

1. 若 $x^2 + \frac{2}{x^2} = 7$ ，則 $x^6 + \frac{8}{x^6} =$ _____。

2. 一等比數列 $\langle a_n \rangle$ 之各項均為正數，若 $a_1 \times a_2 \times a_3 = 50$ ， $a_2 \times a_3 \times a_4 = 100$ ，則 $a_4 \times a_5 \times a_6 =$ _____。

3. 空間坐標系中，平面 $\frac{x}{2} + \frac{y}{4} + \frac{z}{8} = 1$ 與 x 軸、 y 軸、 z 軸分別交於 A 、 B 、 C 三點，則 $(\Delta ABC \text{面積})^2 =$ _____。

4. 如右圖，已知 $\angle ABD = 90^\circ$ ，若 $\overline{AB} = 4$ ， $\overline{BC} = 3$ ， $\overline{CD} = 1$ ，則 $200 \cdot \cos^2(\angle CAD) =$ _____。

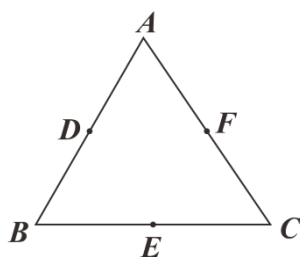


5. 設二階方陣 A 滿足 $A \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ ， $A \begin{bmatrix} 3 \\ 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 5 \end{bmatrix}$ ，若 $A \begin{bmatrix} 10 \\ 30 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$ ，則 $10a + b =$ _____。

6. 空間坐標系上有二向量，向量 $\vec{a} = (4, 3, 5)$ 及 \vec{b} 。若 $\vec{a} \cdot \vec{b} = 100$ ，則 $|\vec{b}|^2$ 最小值為 _____。

7. 設多項次 $f(x)$ 除以 $(x+1)$ 的餘式與 $2f(x)$ 除以 $3(x+1)$ 的餘式相同，且 $f(x)$ 除以 $(3x+1)$ 的餘式為 2。若 $f(x)$ 除以 $(x+1)(3x+1)$ 的餘式為 $ax+b$ ，則 $100a+b =$ _____。

8. 如下圖所示，由三角形 ABC 的三頂點及三邊中點 D 、 E 、 F 共六點中，任選三個點為頂點可形成 _____ 個三角形。



9. 在平面 $E: x+y+z=3$ 上有一圓 C ，圓心為 $P(0, -2, 5)$ ，若 E 上的一直線 $L: \frac{x-1}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z-2}{1}$ 與圓 C 相切於點 $Q(1, 0, 2)$ ，則 $a+100b =$ _____。

10. 由 2000 到 9000 的四位整數 $abcd$ 中，滿足 $a < b < c < d$ 的數共有 _____ 個。

11. 一圓與二直線 $3x+4y=1$ ， $3x+4y=11$ 均相切，若直線 $3x+4y=5$ 與此圓所截出的弦長為 k ，且 $k^2 = \frac{b}{a}$ ，其中 a, b 為互質正整數，則 $a+b =$ _____。

12. 有一便當店的便當價格表如下：

雞腿飯	烤肉飯	排骨飯	鯛魚飯	鱈魚飯
80 元	80 元	80 元	90 元	90 元

若小欣帶了 500 元且想全部在便當店買便當剛好用光，則共有 _____ 種不同的買法。

13. 已知空間中直線 L_1 、 L_2 交於一點，且互相垂直，其中 $L_1: \begin{cases} x-y=1 \\ z=-1 \end{cases}$ ； $L_2: \begin{cases} x+y=1 \\ y-z=1 \end{cases}$ ，若以 L_1 為軸將 L_2 旋轉一圈得一平面 E_1 ，以 L_2 為軸將 L_1 旋轉一圈得一平面 E_2 ，若 E_1 、 E_2 的交線之方向向量為 $(1, a, b)$ ，則 $100b-a$ 之值為 _____。

14. 在 $(1+x)(1+2x)(1+3x)\cdots(1+10x)$ 展開式中， x^2 項係數除以 1000 的餘數為 _____。
15. 「有夠青」蔬果公司自甲乙二地向農民收購蔬菜運到天龍國賣給連鎖超市，若在甲地收購每公斤成本 15 元、運費 5 元，可獲利 12 元，在乙地收購每公斤成本 12 元、運費 6 元，可獲利 9 元。現公司因資金調度因素，購買蔬菜成本不超過 45 萬元，總成本（即收購成本加運費）不超過 64 萬元，今若規劃甲、乙二地之收購蔬菜數量，使得公司獲利最大，則此最大獲利為 _____ 萬元。