

TRML 個人賽-2025 第一回

I-1. 在坐標平面上，若 P 為圓 $(x-5)^2 + (y-3)^2 = 36$ 上的一點， O 為原點，則向量 $\overrightarrow{OP}$ 在 y 軸上正射影長度的最大值為 _____。

I-2. 已知矩陣 $\begin{bmatrix} a & b & c \\ d & 6 & e \\ f & g & h \end{bmatrix}$ 的每一行與每一列依序都成等比數列。若 $ah=4$ ，則 cf 乘積之值為 _____。

I-3. 設 $a_1, a_2, \dots, a_n$ 是一個由 1 到 n 的所有整數所組成的數列，其中 n 為正整數，若對某個 i 滿足 $2 \leq i \leq n-1$ ， $a_i > a_{i-1}$ 且 $a_i > a_{i+1}$ ，則稱第 i 個位置是一個「山峰」。例如 1,4,3,6,5,2 只有在第 2 和第 4 個位置是山峰，故 1,4,3,6,5,2 有 2 個山峰。若考慮所有由 1 到 6 的整數所組成的數列，則這些數列總共有 _____ 個山峰。

TRML 個人賽-2025 第二回

I-4. 設 $\triangle ABC$ 中 $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CA} = 20$ ，且 $\overline{AC}$ 的延長線與一條通過 B 點的直線交於 D 點。若 $\angle CDB = 45^\circ$ ，則 $\overline{BD} =$ _____。（化為最簡根式）

I-5. 若將一條細長紙帶對摺 1 次後再從中間剪 1 刀，可得 3 段紙帶，如左下圖所示；若將一條細長紙帶對摺 2 次後再從中間剪 2 刀，可得 9 段紙帶，如右下圖所示。若依此規則將一條細長紙帶對摺 5 次後再從中間剪 5 刀，可得 _____ 段紙帶。



I-6. 若正整數 $n < 40$ ，且 $(n+1)!$ 的正因數個數是 $n!$ 的正因數個數的兩倍，則滿足上述條件的 n 共有 _____ 個。

TRML 個人賽-2025 第三回

I-7. 已知 x, y 為正整數，且滿足 $\begin{cases} x + y + xy = 69 \\ x^2y + xy^2 = 810 \end{cases}$ ，則 $x^3 + y^3 =$ _____。

I-8. 設 a 與 k 皆為實數。若方程組 $\begin{cases} 8x + 3y = 12 \\ 4x + 5z = k \\ 3y - az = -22 \end{cases}$ 有無窮多組解，則 k 之值為 _____。

I-9. 在 $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = 8$ ， $\overline{AC} = 6$ 且 $\angle A = 60^\circ$ 。若平面上的點 D 滿足 $\angle ADC = 120^\circ$ ，則 $\overline{BD}$ 長度的最大可能值為 _____。(化為最簡根式)



TRML 個人賽-2025 第四回

I-10. 滿足方程組 $\begin{cases} x + y + z = 0 \\ x^3 + y^3 + z^3 = -18 \end{cases}$ 的整數序對 (x, y, z) 總共有 _____ 組。

I-11. 滿足方程式 $\log_4(x^3 + 8) = 1 + \log_2 x$ 的所有可能實數解之和為 _____。(化為最簡根式)

I-12. 設四邊形 $ABCD$ 中， $2\overrightarrow{BC} = 3\overrightarrow{AD}$ ， $\overline{BA} = \overline{AD} = \overline{DC} = 4$ ，點 M 為 $\overline{CD}$ 的中點，點 P 為 $\overline{AB}$ 上一點，且 $\overline{PC}$ 與 $\overline{BM}$ 的交點 Q 。若 $\overline{PQ} : \overline{QC} = 2 : 3$ ，則 $\overline{BQ} =$ _____。(化為最簡根式)