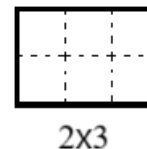
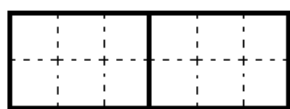


第五屆 TRML 國小數學競賽 思考賽

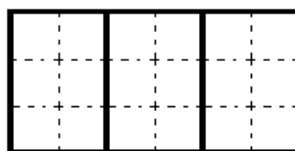
我們有許多 2×3 的磁磚（如右圖），打算用它們來拼成不同大小的長方形或正方形，磁磚可以橫著擺，也可以直著擺。



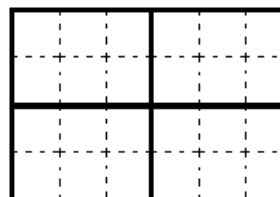
例如，使用兩片磁磚可以拼成 2×6 ，三片磁磚可以拼成 3×6 ，四片磁磚可以拼成 4×6 的長方形，都各只有 1 種拼法，拼法如下圖。



2×6



3×6



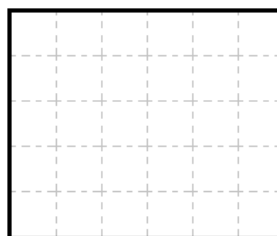
4×6

(試卷最後有提供方格紙，供同學試畫使用。)

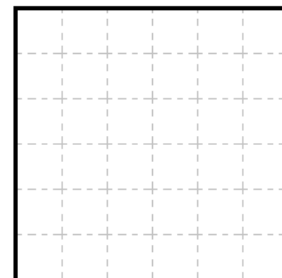
1. 問：(每一小題 4 分，共 8 分。)

(1) 拼成 5×6 的長方形有幾種拼法？
並在答案卷上畫出每一種磁磚的排法。

註： 5×6 長方形需要 5 片 2×3 磁磚鋪排，不同方式鋪排，視為不同種的拼法。



5×6

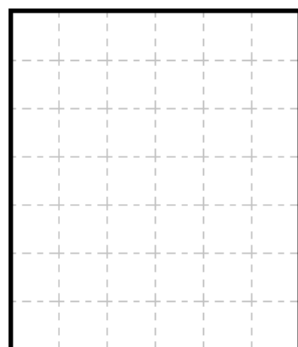


6×6

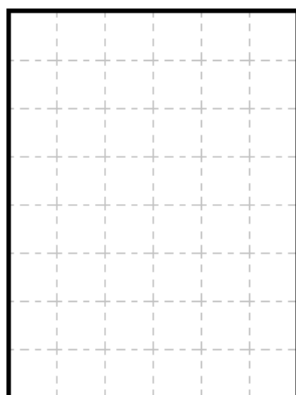
(2) 拼成 6×6 的正方形有幾種拼法？
並在答案卷上畫出每一種磁磚的排法。

2. 完成下表，找出拼成 $m \times 6$ 長方形或正方形的的方法數(有可能為 0)。(9 分)

$m \times 6$ 長方形	1×6	2×6	3×6	4×6	5×6	6×6	7×6	8×6	9×6
幾種拼法	0	1	1	1					



7×6



8×6



9×6

3. 因為 2×3 磁磚的面積是6，所以用 2×3 的磁磚拼成 $m \times n$ 的長方形或正方形時，則 $m \times n$ 會是6的倍數。反之，當 $m \times n$ 為6的倍數時，一定可以用 2×3 的磁磚拼成嗎？

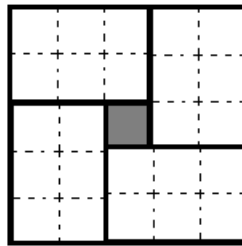
顯然，若「 $m=1$ 且 n 是6的倍數」或「 $n=1$ 且 m 是6的倍數」時，則 $m \times n$ 的長方形無法由 2×3 的磁磚拼成。因為如此是寬為1的1列長方形或長為1的1行長方形，因此無法由 2×3 的磁磚拼成。

以下兩種情形 $m \times n$ 都是6的倍數，能否用 2×3 的磁磚拼成呢？(請分別清楚說明理由，否則不予計分。)

(1) 若「 m 是2的倍數且 n 是3的倍數」或「 m 是3的倍數且 n 是2的倍數」時，則 $m \times n$ 的長方形或正方形一定可以由 2×3 的磁磚拼成嗎？為什麼？ (4分)

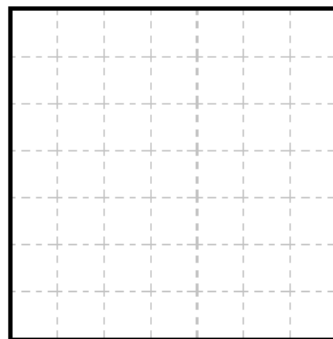
(2) 若 m 與 n 中有一個是6的倍數且另一個大於1時，則 $m \times n$ 的長方形或正方形一定可以由 2×3 的磁磚拼成嗎？為什麼？ (4分)

接下來我們考慮，用若干個 2×3 的磁磚拼成正方形，但會留下一個空格的情形。例如，下圖用4個 2×3 的磁磚可以拼成 5×5 的正方形，但留下一個空格，這種用 2×3 磁磚拼成 5×5 的正方形且留下一個空格，我們以 $5 \times 5 - 1$ 表示。



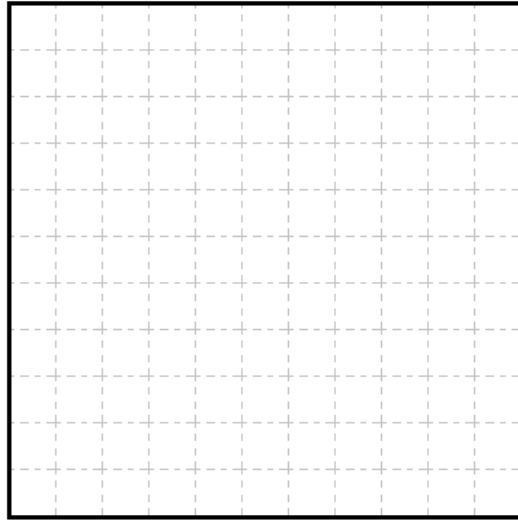
$5 \times 5 - 1$ (留下的一個空格以塗色表示)

4. 請在下圖中，畫出如何使用 2×3 的磁磚來拼成 $7 \times 7 - 1$ 的正方形 (也就是拼成 7×7 的正方形且留下一個空格，此空格以塗色表示)： (6分)



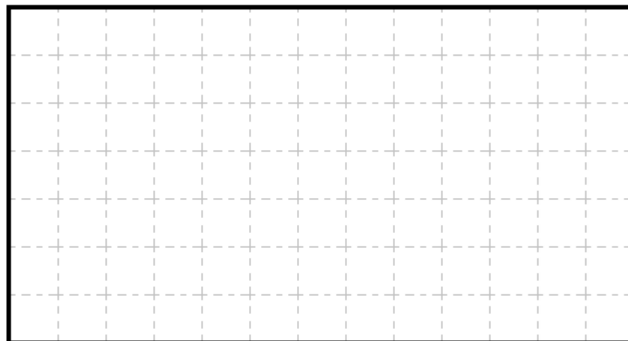
$7 \times 7 - 1$

5. 有不同的拼法，使用 2×3 的磁磚來拼成 $11 \times 11 - 1$ 的正方形，且每一種都會留下一個空格。請在下圖中，畫出各種能用 2×3 磁磚拼成 $11 \times 11 - 1$ 時，所有可能留下的空格位置(以塗色表示)。註：依據你答對的方格數與答錯的方格數給分。(6分)



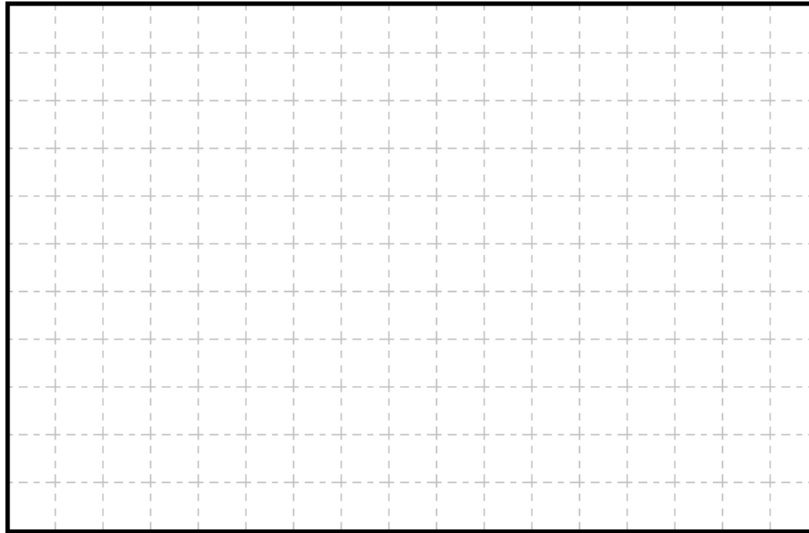
$11 \times 11 - 1$

6. 有不同的拼法，使用 2×3 的磁磚來拼成 $7 \times 13 - 1$ 的正方形，且每一種都會留下一個空格。請在下圖中，畫出各種能用 2×3 磁磚拼成 $7 \times 13 - 1$ 時，所有可能留下的空格位置(以塗色表示)。註：依據你答對的方格數與答錯的方格數給分。(6分)



$7 \times 13 - 1$

7. 有不同的拼法，使用 2×3 的磁磚來拼成 $11 \times 17 - 1$ 的正方形，且每一種都會留下一個空格。請在下圖中，畫出各種能用 2×3 磁磚拼成 $11 \times 17 - 1$ 時，所有可能留下的空格位置(以塗色表示)。註：依據你答對的方格數與答錯的方格數給分。(7分)



$11 \times 17 - 1$

附件：方格紙，供同學試畫使用。

